Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Državno tekmovanje srednješolcev iz fizike v letu 2005

Koper, 9. april 2005

Kazalo

Skupina I

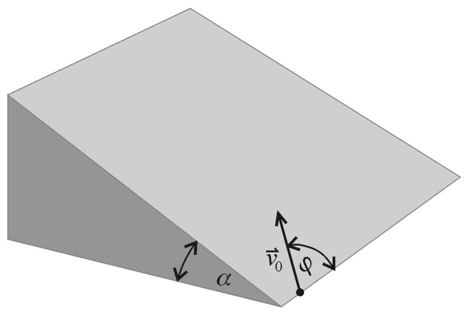
Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Kompozicija 6 vagončkov z masami po 300 kg potuje po vodoravnem tiru brez trenja s hitrostjo 20 m/s. Na sredino zadnjega vagončka doskoči superman z maso 100 kg in vodoravno komponento hitrosti 40 m/s v smeri gibanja kompozicije, merjeno glede na tla. Nato odskoči z vodoravno komponento hitrosti 45 m/s glede na tla in pristane na sredini sosednjega vagončka. S skoki nadaljuje do prvega vagončka tako, da ima vsakič za 5 m/s večjo hitrost. Na prvem vagončku končno obmiruje.

   a) Kolikšna je končna hitrost kompozicije?

   b) Kolikšna je razlika med največjo in najmanjšo hitrostjo kompozicije?

2. Z vznožja klanca z naklonskim kotom $\alpha = 30°$ potisnemo po naklonski ploskvi košček ledu s hitrostjo $v_0 = 15$ m/s in pod kotom $\varphi = 60°$ glede na vodoravnico, kot kaže slika. Košček ledu se giblje po klancu brez trenja.



   a) Kako daleč od vznožja se po klancu povzpne košček ledu?

   b) V kolikšni oddaljenosti od začetnega mesta pride košček ledu spet do vznožja klanca?

3. Kolesar naglo zavre, tako da obe kolesi zablokirata. Ker je pred tem s prvim kolesom zapeljal na oljnat madež, zavira le zadnje kolo. Težišče kolesarja tvori z dotikališčema koles s tlemi enakostranični trikotnik.

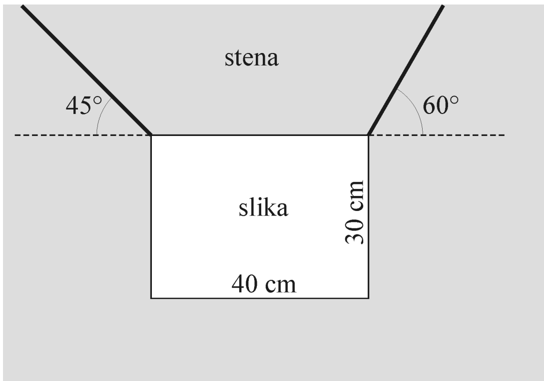
   a) Kolikšen je pojemek, če je koeficient trenja med zadnjim kolesom in tlemi 0,4?

   b) Kolikšen pa je pojemek v primeru, da je na madež zapeljal z zadnjim kolesom in zavira le s prvim kolesom? Koeficient trenja med kolesom in tlemi je enak kot pri a).

   c) Kako pa bi bilo videti zaviranje v primeru b), če bi bil koeficient trenja 0,6?

   Opomba: Če se telo giblje pospešeno, smemo os za računanje navorov postaviti le v težišče.

4. Na steni visi na dveh vrvicah obešena slika, ki jo je fotografiral mladi fotograf. Ker je bila slika na steno obešena postrani, je fotograf zasukal fotoaparat okoli simetrijske osi objektiva, tako da je slika na fotografiji videti, kot da je obešena vodoravno. Fotografija slike na steni, opremljena s podatki, je narisana desno.



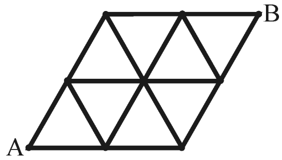
   a) Ali je fotograf zasukal fotoaparat v smeri urnega kazalca ali v nasprotni smeri? Ta del naloge lahko rešiš z načrtovanjem.

   b) Za kolikšen kot je mladi fotograf zasukal fotoaparat glede na običajno vodoravno lego, ko je posnel fotografijo?

Skupina II

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Izračunaj nadomestni upor žičnatega vezja med točkama A in B (glej sliko). Vezje sestavlja šestnajst enakih bakrenih žic s presekom 0,02 mm^2 in z dolžinami po 200 mm. Specifični upor bakra je 0,0175 Ωmm^2/m. V stičiščih so žice v kontaktu.



2. V lepem vremenu lahko spreminjanje tlaka in temperature z višino opišemo z modelom atmosfere, pri katerem se na majhnih višinah tlak zniža za 1 mbar vsakih 8,5 metrov, temperatura pa za 1 K vsakih 100 metrov. Balon napolnimo s helijem, tako da pri tleh ravno še lahko nosi breme 100 kg (koristni tovor z ogrodjem balona). Balon je konstruiran tako, da je tlak v notranjosti ves čas dviganja za 0,1 bara višji od zunanjega. Na tleh je temperatura 20 °C, tlak 1000 mbar, kilomolska masa zraka je 29 kg/kmol, helija pa 4 kg/kmol. Do kolikšne višine se lahko dvigne pri 95 kg bremenu? Dviganje je dovolj počasno, da smemo privzeti, da je temperatura helija ves čas enaka zunanji temperaturi.

3. Dva enaka ploščata kondenzatorja s kapacitetama po 100 pF vežemo v krog. V prvi kondenzator vstavimo z izolatorskim lakom premazano kovinsko ploščico, tako da je le-ta vzporedna s ploščama kondenzatorja. Debelina kovinske ploščice je enaka tretjini razdalje med ploščama kondenzatorja, njena ploščina pa je enaka ploščini plošče kondenzatorja. Kovinsko ploščico vstavimo tako, da v celoti leži v kondenzatorju. S kovinsko ploščico naredimo dve potezi. Najprej jo prestavimo iz prvega kondenzatorja v drugega, nato pa jo vzamemo iz drugega kondenzatorja. Po prvi potezi leži kovinska ploščica v drugem kondenzatorju v enaki legi, kakor je prej ležala v prvem kondenzatorju. Kolikšna je sprememba naboja (absolutna vrednost) pri vsaki izmed potez na drugem kondenzatorju v naslednjih primerih:

   a) na prvi par povezanih plošč kondenzatorjev nanesemo skupni naboj $1{,}0\cdot 10^{-8}$ As, na drugi par pa skupni naboj $-1{,}0\cdot 10^{-8}$ As,

   b) kondenzatorja sta vzporedno zvezana z enosmernim virom napetosti 100 V,

   c) kondenzatorja sta zaporedno vezana na enosmerni vir napetosti 100 V?

4. Iz treh enakih kovinskih žičk zvarimo gugalnico, tako da žičke tvorijo tri stranice kvadrata. V dveh prostih krajiščih gugalnico vpnemo, tako da je prosto vrtljiva okoli vodoravne osi, in jo postavimo v notranjost dolge tuljave, katere os je navpična. Eno prosto krajišče gugalnice povežemo z enim prostim krajiščem tuljave, med drugo prosto krajišče gugalnice in drugo prosto krajišče tuljave pa vežemo izvir konstantne napetosti. Gugalnica se od navpične smeri odkloni za kot 20°. Nato napetost na izviru znižamo na polovico.

   a) Kolikšen je po tem ravnovesni odklon gugalnice?

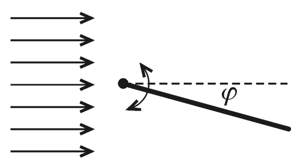
   b) Se bo gugalnica odklonila, če vir konstantne napetosti zamenjamo z virom sinusne izmenične napetosti? Če se, kolikšen je odklon, če je amplituda izmenične napetosti enaka prvotni enosmerni napetosti?

Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Dva transformatorja, ki naj bi bila po navedbah proizvajalca enaka, imata zaradi napake pri proizvodnji na sekundarni strani prvi 1 % več, drugi 1 % manj, na primarni strani pa ima prvi 1 % manj, drugi pa 1 % več ovojev od navedenih. Proizvajalec med drugim navaja sledeče podatke: število ovojev primarne tuljave 10000, število ovojev sekundarne tuljave 1000, ohmski upor sekundarne tuljave 100 Ω. Primarni tuljavi transformatorjev vežemo vzporedno in priključimo na izmenični vir z efektivno napetostjo 100 V. Kolikšna moč se troši na posamezni sekundarni tuljavi, če sta tudi sekundarni tuljavi vezani vzporedno (napetosti v njih nihata v fazi)?

2. Tanko desko vpnemo na enem robu, tako da se lahko vrti okrog mesta vpetja. Potem postavimo to desko v zračni tok, ki je pravokoten na os vpetja, kot je prikazano na sliki. Masa deske je $m = 10$ kg, širina deske je (dimenzija, vzporedna z osjo) $d = 1$ m, dolžina deske je $l = 2$ m, gostota zraka je $\rho = 1{,}2$ kg/m^3. Hitrost zraka je $v_0 = 20$ m/s.



   Silo zračnega toka na ploskev v obliki pravokotnika lahko dovolj natančno opišemo z enačbo:

$$F_v = \pi \rho S v_0^2 \sin\varphi,$$

   pri čemer je S ploščina ploskve, φ pa kot, prikazan na sliki. Prijemališče omenjene sile je v težišču ploskve in se ne spreminja z vpadnim kotom; sila je pravokotna na ploskev.

   a) Kolikšen je kot φ v ravnovesni legi?

   b) S kolikšno frekvenco zaniha deska, če jo *malo* izmaknemo iz ravnovesne lege?

3. V lepem vremenu lahko spreminjanje tlaka in temperature z višino opišemo z modelom adiabatne atmosfere (za del zraka, ki se dvigne, velja enačba adiabate), pri katerem se tlak spreminja z višino z kot $p = p_0\,(1 - z/z_0)^{\kappa/(\kappa-1)}$, pri čemer je p_0 tlak na višini $z = 0$, κ razmerje specifičnih toplot za zrak in $z_0 = 29{,}3$ km. Balon napolnimo s helijem, tako da pri tleh ravno še lahko nosi breme 100 kg (koristni tovor z ogrodjem balona). Balon je konstruiran tako, da je tlak v notranjosti ves čas dviganja za 0,1 bara višji od zunanjega.

   Na tleh je temperatura 20 °C, tlak 1000 mbar, kilomolska masa zraka je 29 kg/kmol, helija 4 kg/kmol, razmerje specifičnih toplot za zrak pa 1,4.

a) Do kolikšne višine se lahko dvigne pri 30 kg bremenu? Dviganje je dovolj počasno, da smemo privzeti, da je temperatura helija ves čas enaka zunanji temperaturi.

b) Kolikšna je na tej višini temperatura zraka?

4. Na mirni vodni površini napravimo interferenčni poskus z zvočnim valovanjem iz dveh točkastih zvočnikov. Zvočnika napajamo iz istega izvira. Prvega postavimo tik nad vodno gladino, drugega pa tik pod vodno gladino, tako da je razdalja med njima dosti manjša od valovne dolžine (tako v vodi kot v zraku). Na vodoravni oddaljenosti l = 100 cm in višini h = 100 cm nad gladino z mikrofonom merimo interferenco zvočnih valovanj, ki prihajata iz zvočnikov. Za hitrost širjenja zvoka vzemi v zraku 340 m/s in v vodi 1550 m/s.

   a) Pod katerimi koti glede na vpadno pravokotnico lahko v zraku zaznamo zvok, ki ga oddaja potopljeni zvočnik?

   b) Pri katerih frekvencah izvira opazimo interferenčne maksimume? Izračunaj tri najnižje frekvence.

   Napotek: Ugotovi, kako se lomi zvočni žarek, ki v vodi potuje pod zelo velikim kotom glede na vpadno pravokotnico. Upoštevaj še, da se „optična“ pot žarka v sredstvu razlikuje od „optične“ poti žarka v drugem sredstvu za faktor, ki je enak razmerju hitrosti valovanj.

Skupina I – rešitve

1. *Podatki:* $N = 6$, $m_1 = 300$ kg, $m_s = 100$ kg, $v_0 = 20$ m/s, $v_s = 40$ m/s, $\Delta v_s = 5$ m/s.

   a) Ohranja se skupna gibalna količina kompozicije in supermana; na koncu se superman pelje z enako hitrostjo kot kompozicija:

$$Nm_1 v_0 + m_s v_s = (Nm_1 + m_s)v_k\,, \qquad v_k = \frac{Nm_1 v_0 + m_s v_s}{Nm_1 + m_s} = 21{,}0\ \mathrm{m/s}\,.$$

   b) Kompozicija ima najmanjšo hitrost pri petem odskoku supermana (z drugega vozička):

$$Nm_1 v_{\min} + m_s(v_s + 5\Delta v_s) = (Nm_1 + m_s)v_k$$

$$v_{\min} = \frac{(Nm_1 + m_s)v_k - m_s(v_s + 5\Delta v_s)}{Nm_1} = v_0 - \frac{5m_s\Delta v_s}{Nm_1} = 18{,}6\ \mathrm{m/s}\,.$$

   Razlika med največjo in najmanjšo hitrostjo je 2,4 m/s.

2. *Podatki:* $\alpha = 30^\circ$, $\varphi = 60^\circ$, $v_0 = 15$ m/s.

   Gre za poševni met v ravnini klanca s pospeškom $a = -g\sin\alpha$

   a)

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2\varphi}{2g\sin\alpha} = 17{,}2\ \mathrm{m}\,.$$

   b)

$$D = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g\sin\alpha} = 39{,}8\ \mathrm{m}\,.$$

3. *Podatki:* $k = 0{,}4$, $k' = 0{,}6$

   a) pri zaviranju deluje na kolo s kolesarjem poleg teže pravokotna komponenta podlage v prvem kolesu, F_1, sila trenja na drugo kolo, $F_{\mathrm{tr}} = kF_2$ in pravokotna komponenta podlage na drugo kolo, F_2. V vodoravni in navpični smeri velja

$$ma = F_{\mathrm{tr}} = kF_2\,, \qquad F_1 + F_2 = mg\,,$$

   za navore pa

$$F_1\,\frac{l}{2} = F_2\,\frac{l}{2} + kF_2\,\frac{l\sqrt{3}}{2}\,.$$

   Iz druge izrazimo F_1, vstavimo v tretjo, izrazimo od tu F_2 in vstavimo v prvo. Za pojemek sledi

$$a = \frac{kg}{2 + k\sqrt{3}} = 1{,}46\ \mathrm{m/s^2}\,.$$

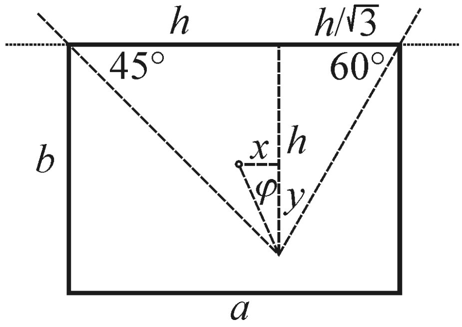
   b) V tem primeru velja $F_{\mathrm{tr}} = kF_1$ in dobimo

$$a = \frac{kg}{2 - k\sqrt{3}} = 3{,}0\ \mathrm{m/s^2}\,.$$

   c) V primeru b) dobimo za F_2 izraz $F_2 = (1 - k\sqrt{3})F_1$. Za $k > 1/\sqrt{3} = 0{,}577$ bi bila sila podlage negativna, kar pa ni mogoče, torej te sile ni več. Pogoja za ravnovesje navorov ni mogoče izpolniti; navor trenja je večji od navora podlage in kolesar se prevrne preko prvega kolesa.

4. *Podatki:*

   a) Če postavimo os za računanje navorov v presečišče nosilk sil vrvic, je navor teh sil enak nič, zato mora biti tudi v ravnovesju navor teže enak nič. To pomeni, da gre vektor teže skozi to točko. Ker teža določa navpičnico, lahko iz slike takoj sklepamo, da je moral fotoaparat zasukati v smeri urinega kazalca[1].



   b) Iz slike sledi $h + h/\sqrt{3} = a$ in

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{x}{y} = \frac{h - \frac{a}{2}}{h - \frac{b}{2}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{3} - \frac{b}{a}(\sqrt{3} + 1)}\,, \quad \varphi = 27{,}4^\circ\,.$$

Skupina II – rešitve

1. *Podatki:* $l = 2$ dm, $S = 0{,}02$ mm^2, $\zeta = 0{,}0175\ \Omega\mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$.

   Med točkami, ki so enako oddaljene od A (B), je enak potencial, zato med njimi ne teče tok. Vezje lahko zato nadomestimo z vezjem, pri katerem je točka A povezana z dvema vzporedno vezanima upornikoma z uporoma po R, ta dva upora zaporedno vezana s štirimi vzporedno vezanimi uporniki z upori po R, ti štirje s štirimi vzporedno vezanimi uporniki z upori po R, ti štirje pa končno z dvema vzporedno vezanima upornikoma z uporoma po R. Za R velja $R = \zeta l/S = 0{,}175\ \Omega$. Upor nadomestnega vezja je

$$R' = \frac{R}{2} + \frac{R}{4} + \frac{R}{4} + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2} = 0{,}263\ \Omega\,.$$

2. *Podatki:* $\Delta p/\Delta h \equiv k = 1$ mbar/8,5 m, $\Delta T/\Delta h = 1$ K/100 m, $m_0 = 100$ kg, $m_1 = 95$ kg, $\Delta p = 0{,}1$ bar, $T_0 = 20$ °C, $p_0 = 1000$ mbar, $M_z = 29$ kg/kmol, $M_{\mathrm{He}} = 4$ kg/kmol.

   V ravnovesju vzgon okoliškega zraka uravnovesi težo balona

$$\rho_z g V = (m_{\mathrm{He}} + m)g\,,$$

   pri čemer vstavimo m_0 na tleh in m_1 na iskani višini. Gostoto zraka in prostornino balona izrazimo iz splošne plinske enačbe

$$\rho_z = \frac{pM_z}{RT}\,, \qquad p_{\mathrm{He}}V = (p + \Delta p)V = \frac{m_{\mathrm{He}}}{M_{\mathrm{He}}}RT$$

   Pogoj za ravnovesje zapišemo

$$\frac{pM_z m_{\mathrm{He}}}{M_{\mathrm{He}}(p + \Delta p)} = m_{\mathrm{He}} + m.$$

[1] V prvotni verziji je pomotoma pisalo v *nasprotni* smeri, vendar je bila pri popravljanju nalog upoštevana pravilna smer.

(Ker je temperatura helija po predpostavki enaka temperaturi okoliškega zraka, se v ravnovesnem pogoju krajša, podatka o spreminjanju temperature z višino torej ne potrebujemo.)

Na tleh vstavimo $p = p_0$ in $m = m_0$ in dobimo

$$m_{\mathrm{He}} = \frac{m_0}{\dfrac{p_0 M_z}{(p_0 + \Delta p) M_{\mathrm{He}}} - 1} = 17{,}9\ \mathrm{kg}\,.$$

Na višini z vstavimo $p = p_0 - kz$ in $m = m_1$:

$$p = p_0 - kz = \frac{(m + m_1)\Delta p}{m_{\mathrm{He}}\left(\dfrac{M_z}{M_{\mathrm{He}}} - 1\right) - m_1} = 672\ \mathrm{mbar}\,.$$

Končno

$$z = \frac{p_0 - p}{k} = 2800\ \mathrm{m}\,.$$

3. *Podatki:* $C_0 = 100$ pF, $e_0 = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$ As, $U_0 = 100$ V.

Ko v kondenzator vstavimo izolirano kovinsko ploščico, se zmanjša razmik med ploščama, kapaciteta kondenzatorja pa poveča na:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{2}{3} d_0} = \frac{3}{2} C_0\,.$$

a) Ker sta napetosti na kondenzatorjih enaki, se naboja porazdelita v razmerju kapacitet, $e_1/e_2 = C/C_0 = 3/2$. Ker se skupni naboj ohrani, velja $e_1 + e_2 = e_0$ od koder dobimo $e_1 = \frac{3}{5}e_0$ in $e_2 = \frac{2}{5}e_0$ ter po zamenjavi $e_1' = \frac{2}{5}e_0$ in $e_2' = \frac{3}{5}e_0$. Pretočeni naboj pri prvi potezi je potem

$$\Delta e' = |e_2' - e_2| = \frac{1}{5} e_0 = 0{,}2 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{As}\,.$$

Ko iz drugega vzamemo ploščico, sta na obeh kondenzatorjih enaka naboja $e_1'' = e_2'' = \frac{1}{2}e_0$, torej se je pretočil naboj

$$\Delta e'' = |e_2'' - e_2'| = \frac{1}{10} e_0 = 0{,}1 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{As}\,.$$

b) V tem primeru je sta napetosti na kondenzatorjih ves čas konstantni in enaki U_0. Pri prvi potezi je sprememba naboja

$$\Delta e' = |(C - C_0)U_0| = \tfrac{1}{2} C_0 U_0 = 0{,}5 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{As}\,.$$

pri drugi pa

$$\Delta e'' = |(C_0 - C)U_0| = \tfrac{1}{2} C_0 U_0 = 0{,}5 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{As}\,.$$

c) V tem primeru je naboj na prvem kondenzatorju enak naboju na drugem kondenzatorja; vsota napetosti na kondenzatorjih pa je enaka napetosti vira: $U_0 = e_1/C_1 + e_2/C_2 = e_2(1/C_1 + 1/C_2)$. Na začetku je naboj na drugem kondenzatorju $e_2 = U_0(1/C_0 + 1/C)^{-1} = \frac{3}{5} C_0 U_0$. Po prvi potezi se ne spremeni:

$$\Delta e' = 0\,.$$

V drugem primeru pa $e_2'' = U_0(1/C_0 + 1/C_0)^{-1} = \frac{1}{2} C_0 U_0$ in

$$\Delta e'' = \left|\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right) C_0 U_0\right| = \frac{1}{10} C_0 U_0 = 0{,}1 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{As}\,.$$

4. *Podatki:* $\varphi_0 = 20°$.

a) V ravnovesni legi za odklon velja $\mathrm{tg}\varphi \propto F_m/F_g$. Magnetna sila je sorazmerna z magnetnim poljem in tokom, ki teče skozi vodnik, $F_m \propto IB$. Ker skozi tuljavo teče enak tok I, je magnetno polje premo sorazmerno s tokom, $B \propto I$, torej $F_m \propto I^2$. Če se tok zmanjša za faktor 2, se sila zmanjša za faktor 4, in za toliko tudi tangens kot:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{1}{4}\mathrm{tg}\varphi_0\,, \qquad \varphi = 5{,}2°\,.$$

b) Ko se spremeni smer toka v gugalnici, se hkrati spremeni tudi smer toka v tuljavi in s tem magnetnega polja. Sila ohrani smer, zato je gugalnica odklonjena tudi v tem primeru. *Povprečna* vrednost tangensa odklona je sorazmerna s povprečno vrednostjo kvadrata toka, tako kot pri moči izmeničnega toka, in enaka polovici največjega, torej velja

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{1}{2}\mathrm{tg}\varphi_0\,, \qquad \varphi = 10{,}3°\,.$$

Kot pravilen upoštevamo tudi odgovor, da pri zelo nizkih frekvencah izmeničnega toka, gugalnica niha med kotoma 0° in 20°.

Skupina III – rešitve

1. *Podatki:* $N_1' = 10100$, $N_2' = 990$, $N_1 = 9900$, $N_2 = 1010$, $R = 100\ \Omega$, $U_0 = 100$ V.

Razlika napetosti na sekundarnih tuljavah požene tok skozi tuljavi:

$$2IR = \frac{N_2}{N_1}U_0 - \frac{N_2'}{N_1'}U_0 \approx \frac{4U_0}{1000} = 0{,}4\ \mathrm{V}\,, \qquad I = 2\ \mathrm{mA}\,.$$

Na posamezni tuljavi se troši moč[2]

$$P = RI^2 = 0{,}4\ \mathrm{mW}\,.$$

2. *Podatki:* $m = 10$ kg, $d = 1$ m, $l = 2$ m, $\rho = 1{,}2$ kg/m^3, $v_0 = 20$ m/s.

a) V ravnovesju navor teže uravnovesi silo zračnega toka

$$mg\,\tfrac{1}{2}l\cos\varphi_0 = \pi\rho S v_0^2 \sin\varphi_0\,\tfrac{1}{2}l\,, \qquad \mathrm{tg}\varphi_0 = \frac{mg}{\pi\rho l d v_0^2}\,, \qquad \varphi_0 = 1{,}86°$$

Ker so vsi koti, ki se pojavljajo pri nalogi, majhni, lahko sinus in tangens kot nadomestimo kar s kotom v radianih, cosinus pa je kar 1.

b) Ko desko izmaknemo iz ravnovesne lege, deluje na desku navor, ki jo suče k ravnovesni legi. Newtonov zakon za nihanje zapišemo kot

$$-J\omega_0^2(\varphi - \varphi_0) = \left(mg\cos\varphi - \pi\rho S v_0^2\sin\varphi\right)\tfrac{1}{2}l \approx \pi\rho S v_0^2(\varphi_0 - \varphi)\tfrac{1}{2}l$$

pri čemer smo mg izrazili iz enačbe za ravnovesje. Upoštevamo $J = \frac{1}{3}ml^2$ in dobimo

$$\omega_0^2 = \frac{3\pi\rho d v_0^2}{2m}\,, \qquad \nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = 2{,}4\ \mathrm{Hz}\,.$$

[2]Ker je pri nalogi pomotoma izpadel podatek, da sta sekundarni tuljavi vezani vzporedno, drugi del naloge ni bilo mogoče rešiti. Zato je maksimalno število točk pri tej nalogi 3, in sicer za pravilno izračunano napetost.

Interpretacija tekmovalcev, da je podani omski upor tuljave upor zunanjega porabnika, je napačna.

3. *Podatki:* $m_0 = 100$ kg, $m_1 = 30$ kg, $\Delta p = 0{,}1$ bar, $T_0 = 20$ °C, $p_0 = 1000$ mbar, $M_z = 29$ kg/kmol, $M_{\mathrm{He}} = 4$ kg/kmol, $\kappa = 1{,}4$, $z_0 = 29{,}3$ km.

   a) V ravnovesju vzgon okoliškega zraka uravnovesi težo balona

$$\rho_z g V = (m_{\mathrm{He}} + m) g\,,$$

   pri čemer vstavimo m_0 na tleh in m_1 na iskani višini. Gostoto zraka in prostornino balona izrazimo iz splošne plinske enačbe

$$\rho_z = \frac{pM_z}{RT}\,, \qquad p_{\mathrm{He}}V = (p + \Delta p)V = \frac{m_{\mathrm{He}}}{M_{\mathrm{He}}}RT\,.$$

   Pogoj za ravnovesje zapišemo

$$\frac{pM_z m_{\mathrm{He}}}{M_{\mathrm{He}}(p + \Delta p)} = m_{\mathrm{He}} + m.$$

   (Ker je temperatura helija po predpostavki enaka temperaturi okoliškega zraka, se v ravnovesnem pogoju krajša, podatka o spreminjanju temperature z višino torej ne potrebujemo.)

   Na tleh vstavimo $p = p_0$ in $m = m_0$ in dobimo

$$m_{\mathrm{He}} = \frac{m_0}{\dfrac{p_0 M_z}{(p_0 + \Delta p)M_{\mathrm{He}}} - 1} = 17{,}9\ \mathrm{kg}\,.$$

   Na višini z za p vstavimo podano zvezo in $m = m_1$:

$$p = p_0\,(1 - z/z_0)^{\kappa/(\kappa-1)} = \frac{(m_{\mathrm{He}} + m_1)\Delta p}{m_{\mathrm{He}}\left(\dfrac{M_z}{M_{\mathrm{He}}} - 1\right) - m_1} = 58{,}5\ \mathrm{mbar}\,.$$

$$z = z_0\left\{1 - \left[\frac{p}{p_0}\right]^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right\} = z_0\left\{1 - \left[\frac{\left(\dfrac{m_{\mathrm{He}}}{m_1} + 1\right)\dfrac{\Delta p}{p_0}}{\dfrac{m_{\mathrm{He}}}{m_1}\left(\dfrac{M_z}{M_{\mathrm{He}}} - 1\right) - 1}\right]^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right\} = 16{,}3\ \mathrm{km}\,.$$

   b) Iz enačbe za adiabato sledi

$$\frac{p^{\kappa-1}}{T^{\kappa}} = \frac{p_0^{\kappa-1}}{T_0^{\kappa}}\,, \qquad T = T_0\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 130\ \mathrm{K}\,.$$

4. *Podatki:* $l = 100$ cm, $h = 100$ cm, $c_z = 340$ m/s, $c_v = 1550$ m/s.

   a) Iz vode lahko izhaja valovanje pod kotom, ki je manjši od kota totalnega odboja $\sin\beta = 1/n = c_z/c_v$, $\beta = 12{,}7°$.

   b) Žarek iz zvočnika nad gladino prepotuje do mikrofona pot $s = \sqrt{l^2 + h^2}$; žarek iz zvočnika tik pod vodno gladino pa najprej potuje pod vodo, skoraj vzporedno z gladino, tako da se pri izhodu iz vode lomi pod kotom totalnega odboja β. V zraku prepotuje pot $h/\cos\beta$; njegova pot v vodi pa je merila $l - h\,\mathrm{tg}\beta$. Pogoj za ojačanje je izpolnjen, če je razlika „optičnih“ poti enaka mnogokratniku valovne dolžine:

$$\frac{1}{n}\,(l - h\,\mathrm{tg}\beta) + \frac{h}{\cos\beta} - \sqrt{l^2 + h^2} = N\lambda\,, \qquad n = \frac{c_v}{c_z} = 4{,}56\,.$$

   Dobimo

$$\lambda = 22\ \mathrm{cm}\,,\ 11\ \mathrm{cm}\,,\ 7{,}3\ \mathrm{cm}\,, \qquad \nu = \frac{c_z}{\lambda} = 1550\ \mathrm{Hz}\,,\ 3100\ \mathrm{Hz}\,,\ 4650\ \mathrm{Hz}\,.$$