Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

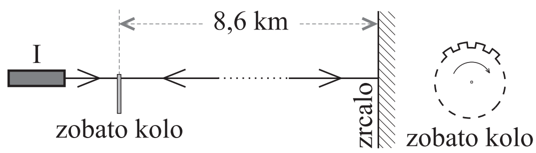
Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

46. FIZIKALNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE
Državno tekmovanje, Ljubljana, 12. 4. 2008

Skupina I

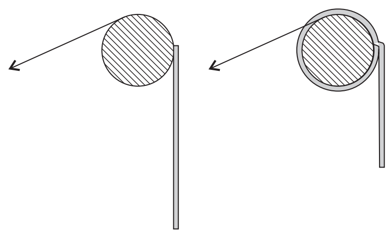
Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Eden izmed prvih zgodovinsko uspešnih poskusov merjenja hitrosti svetlobe je t.i. Fizeaujev način. Izvir svetlobe, na sliki označen z I, oddaja curek svetlobe. Svetloba potuje skozi zobato kolo, ki ima 720 zob in prav toliko rež (širini reže in zoba sta enaki, na sliki je narisanih samo nekaj zob in rež), do zrcala na razdalji 8,6 km. Od zrcala se odbije in vrne skozi režo v kolesu. Če kolo miruje, žarek potuje do zrcala in nazaj skozi isto režo. Svetlobe ne vidimo, če se vrne nazaj ravno na sredi katerega izmed zob na kolesu. Kolo pričnemo enakomerno pospešeno vrteti. Pri frekvenci 12,1 Hz prvič ne opazimo svetlobe. Kolikšna je hitrost svetlobe?



   Predpostaviš lahko, da v primeru, ko prvič ne opazimo svetlobe, potuje svetloba od izvira proti zrcalu skozi sredino reže zobatega kolesa, pri vračanju pa zadene sredino naslednjega zoba.

2. Roleta z maso 20 kg, dolžino 2,0 m in debelino 2,0 cm je na enem koncu pritrjena na obod valja s polmerom 5 cm. Roleto začnemo počasi dvigati z enakomernim vlečenjem tanke vrvice, ki je prav tako pritrjena na obod valja in večkrat ovita okrog.

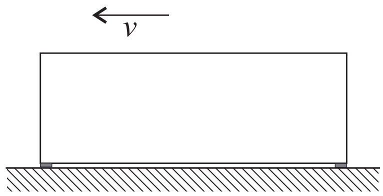


   a) Kako se spreminja ročica sile teže visečega dela rolete (glede na os valja), v odvisnosti od dolžine rolete, ki je ovita okoli valja?

   b) Pri kolikšni dolžini visečega dela rolete je sila vrvice, s katero vrtimo valj (in s tem dvigamo roleto), največja?

   Pri računanju dolžine navitega dela rolete vedno upoštevaj notranji polmer posameznega ovoja. Slika ni v merilu!

3. Na spodnjo stran klade z maso 40 kg pritrdimo dve tanki letvi iz različnih materialov, kot kaže slika. Klada je v obliki kvadra z višino 20 cm in dolžino 45 cm. Letvi pritrdimo na sprednjem in zadnjem koncu klade. Celoten sistem se dotika tal le preko letev, vendar je debelina letev zanemarljiva v primerjavi z debelino klade. Klada po dolžini ni homogena, težišče se nahaja 15 cm od sprednjega konca. Višina težišča klade pa je na polovični višini.



   Klado potisnemo v vodoravni smeri, tako da se začne gibati s hitrostjo 5 m/s. Kolikšno pot opravi klada, preden se ustavi? Koeficient trenja med sprednjo letvijo in tlemi je 0,20, med zadnjo letvijo in tlemi pa 0,35.

   Os za računanje navorov postavi v težišče, ker rezultanta sil ni enaka nič.

4. Večjo in manjšo kroglico prevrtamo skozi njuni središči in nasadimo na zelo dolgo tanko navpično palico, po kateri drsita brez trenja. Kroglici dvignemo na višino 1 m nad tlemi, tako da je večja spodaj, malo razmaknemo in spustimo, da prosto padata. Spodnja krogla se prožno odbije od tal in takoj po odboju pri poti navzgor prožno trči ob manjšo. Kolikšno višino dosežeta kroglici po trku, če je masa manjše kroglice zanemarljivo majhna v primerjavi z večjo?

46. FIZIKALNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE
Državno tekmovanje, Ljubljana, 12. 4. 2008

Skupina II

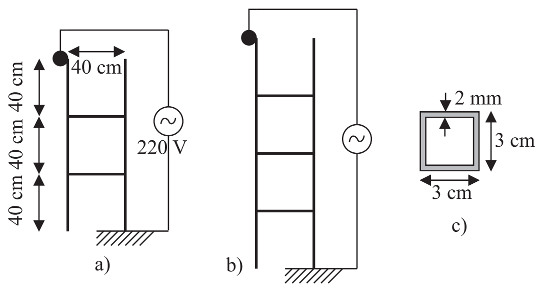
Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Zemlja je v prvem približku krogla z radijem 6370 km. 71 % površine pokriva voda, 7 % vodne površine zaseda plavajoči led s povprečno debelino 25 m in temperaturo 0 °C, 9 % površine kopnega pa zaseda mirujoči led s povprečno debelino 2,2 km in temperaturo 0 °C.

   a) Za koliko bi se dvignil nivo vode v oceanih, če bi se naenkrat stalil ves plavajoči led in 10 % mirujočega ledu? Privzemi, da površina vodnega površja ostane ista.

   b) Človeštvo porablja v povprečju 15 TW $= 1{,}5 \cdot 10^{13}$ W moči. Koliko časa bi trajalo, da bi se stalil led, če bi vsa ta moč šla v taljenje ledu v primeru a)? Gostota ledu je 920 kg/m^3, specifična talilna toplota ledu pa 334 kJ/kg. Spremembo potencialne energije ledu zanemari.

2. Vrhnji krak lestve se dotika žice omrežne napeljave, ki je priključena na generator efektivne napetosti 220 V, eden izmed spodnjih krakov pa prevodne podlage, kot to prikazuje slika. Specifični upor snovi, iz katere je narejena lestev, je 50 $\mu\Omega$m.
   Kraka lestve in prečke so narejeni iz cevi z osnovnim presekom v obliki kvadrata, kot je prikazano na sliki c), kjer so podane tudi dimenzije preseka. Dimenzije lestve pa so prikazane na sliki a).

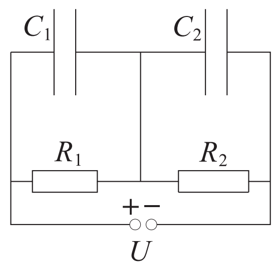


   a) Kolikšen je upor ene prečke?

   b) Kolikšen efektivni tok teče skozi lestev, ki je narisana na sliki a)?

   c) Kolikšen efektivni tok teče skozi lestev, ki je narisana na sliki b)? Podatki so na slikah a) in c).

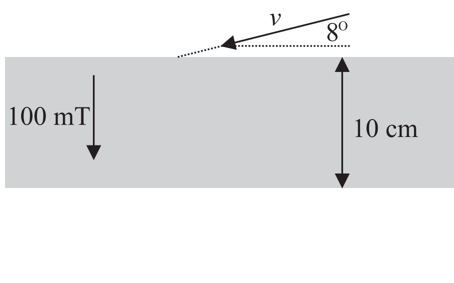
3. Vezje $C_1 = 100\ \mu$F, $C_2 = 50\ \mu$F, $R_1 = 100$ kΩ, $R_2 = 56$ kΩ, priključimo na napetost 12 V.



   a) Kolikšna sta naboja na kondenzatorjih?

   b) Izvir odstranimo in priključni žici, s katerima smo vezje vezali na izvir, kratko sklenemo. Takoj po sklenitvi steče z enega kondenzatorja na drugega nekaj naboja. Na skici označi polaritete na obeh kondenzatorjih in izračunaj napetosti na kondenzatorjih takoj po tem, ko se naboji prerazporedijo.

4. Delec α (helijevo jedro) prileti v ravnini slike s hitrostjo $1 \cdot 10^5$ m/s v pas homogenega magnetnega polja z gostoto 100 mT pod kotom 8°. Masa delca α je $6{,}65 \cdot 10^{-27}$ kg, naboj pa $+3{,}2 \cdot 10^{-19}$ As. Koliko obratov naredi delec v pasu polja?



46. FIZIKALNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE
Državno tekmovanje, Ljubljana, 12. 4. 2008

Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Večjo in manjšo kroglico prevrtamo skozi njuni središči in nasadimo na zelo dolgo tanko navpično palico, po kateri drsita brez trenja. Kroglici dvignemo na višino 1 m nad tlemi, tako da je večja spodaj, malo razmaknemo in spustimo, da prosto padata. Spodnja krogla se prožno odbije od tal in takoj po odboju pri poti navzgor prožno trči ob manjšo.

   a) Kolikšno višino dosežeta kroglici po trku, če je masa manjše kroglice zanemarljivo majhna v primerjavi z večjo?

   b) Kolikšno višino pa dosežeta kroglici, če sta masi kroglic enaki?

2. Dve majhni kroglici s pozitivnima nabojema $1{,}0 \cdot 10^{-3}$As ter $2{,}0 \cdot 10^{-3}$As sta pritrjeni na tanko neprevodno palico v medsebojni razdalji 100 cm. Influenčna konstanta je $\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}$ As/Vm.

   a) Kje med njima lahko damo na palico tretjo majhno kroglico s pozitivnim nabojem e, da bo v ravnovesju? Tretja kroglica je gibljiva po palici brez trenja.

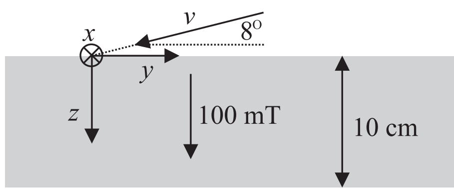
   b) Tretja kroglica ima maso 10 g in naboj $1{,}0 \cdot 10^{-11}$As. Pokaži, da pri majhnem odmiku kroglice iz njene ravnovesne lege med prvima dvema le-ta sinusno (harmonično) niha. Kolikšen je nihajni čas?

   Upoštevaj, da je za majhne x, torej $|x| \ll 1$, $(1+x)^n \approx 1 + nx$.

3. V vesolju se nahaja posrebrena homogena krogla, ki se vrti z neko kotno hitrostjo ω_0 okoli osi skozi svoje masno središče. V krogli je enakomerno razporejen radioaktivni material, ki sprošča v krogli konstantno moč 50 W. Masa krogle je 10 kg, specifična toplota pa 130 J/kgK. Čez koliko časa se bo kotna hitrost krogle zmanjšala za 1,0 %, če toplotno sevanje zanemarimo? Temperaturni koeficient linearnega raztezka snovi iz katere je krogla je $1{,}4 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}. Vztrajnostni moment krogle z maso m in radijem r okrog središča je $\frac{2}{5}mr^2$.

4. Delec α (helijevo jedro) prileti v ravnini slike s hitrostjo $1 \cdot 10^5$ m/s v pas homogenega magnetnega polja z gostoto 100 mT pod kotom 8°. Določi točko, v kateri delec zapusti pas. Točko določi v koordinatnem sistemu, katerega izhodišče sovpada s točko, v kateri delec prileti v homogeno magnetno polje in katerega koordinatne osi x, y in z so prikazane na sliki.

   Masa delca α je $6{,}65 \cdot 10^{-27}$ kg, naboj pa $+3{,}2 \cdot 10^{-19}$ As.



Državno tekmovanje srednješolcev iz fizike v letu 2008

Ljubljana, 12. april 2008

Kazalo

Skupina I – rešitve

Rezultat je potrebno zapisati s smiselnim številom števk, v nasprotnem primeru odbijemo 1 t.

1. *Podatki:* $N = 720$, $l = 8{,}6$ km, $\nu = 12{,}1$ Hz.

   Svetloba za pot $2l$ porabi enak čas kot zobato kolo za premik za cel zob:

   $$t = \frac{2l}{c} = \frac{r\Delta\varphi}{2\pi\nu}\,, \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{2N}\,, \quad c = 4Nl\nu = 3{,}0 \cdot 10^8 \text{ m/s}\,.$$

   (10t.)

2. *Podatki:* $m = 20$ kg, $l = 2{,}0$ m, $d = 2{,}0$ cm, $r = 5$ cm.

   a) Pri prvem obratu velja

   $$R = r + \frac{d}{2}\,, \quad l - 2\pi r < x \leq l\,,$$

   pri naslednjih ($n = 1, 2, 3, \ldots$) pa

   $$R = r + (2n+1)\,\frac{d}{2}\,, \qquad (2t.)$$

   za

   $$l - 2\pi\left((n+1)r + n(n+1)\,\frac{d}{2}\right) < x \leq l - 2\pi\left(nr + n(n-1)\,\frac{d}{2}\right)\,.$$

   (2t.)

   b) Sila je največja na začetku novega obrata. (2t.)

   Na začetku prvega obrata je

   $$F_0 = \frac{mg}{r}\left(r + \frac{d}{2}\right)\,,$$

   na začetku drugega ($n = 1$), tretjega, …, pa

   $$F_n = \frac{mg}{rl}\left(r + (2n+1)\,\frac{d}{2}\right)\left[l - 2\pi\left(nr + n(n-1)\,\frac{d}{2}\right)\right]\,.$$

   (2t.)

   Po vrsti dobimo $F_0 = 235$ N, $F_1 = 264$ N, $F_2 = 244$ N, $F_3 = 160$ N, torej je sila največja na začetku drugega obrata. (2t.)

3. *Podatki:* $m = 40$ kg, $h = 20$ cm, $l = 45$ cm, $r_1 = 15$ cm, $k_1 = 0{,}20$, $k_2 = 0{,}35$, $v = 5$ m/s.

   Pravokotni sili podlage v prednji letvi označimo z F_1, v desni pa z F_2. V vodoravni in navpični smeri potem velja:

   $$ma = k_1 F_1 + k_2 F_2\,, \qquad F_1 + F_2 = mg\,, \qquad (2t.)$$

   za navore skozi težišče pa ($r_2 = l - r_1$):

   $$F_1 r_1 - k_1 F_1 \frac{h}{2} + F_2 r_2 + k_2 F_2 \frac{h}{2} = 0\,. \qquad (4t.)$$

   Dobimo

   $$F_1 = \frac{r_2 + k_2 \frac{h}{2}}{l + \frac{h}{2}(k_2 - k_1)}\, mg \qquad F_2 = \frac{r_1 - k_1 \frac{h}{2}}{l + \frac{h}{2}(k_2 - k_1)}\, mg$$

   in

   $$a = \frac{k_1 F_1 + k_2 F_2}{m} = \frac{r_2 k_1 + r_1 k_2}{l + \frac{h}{2}(k_2 - k_1)}\, g\,.$$

   (2*t.*)

   Pot, ki jo opravi do zaustavitve, je

   $$s = \frac{v^2}{2a} = 5{,}3 \text{ m}\,. \qquad (2t.)$$

4. *Podatki:* $h = 1$ m.

   Ker je masa manjše kroglice zanemarljiva v primerjavi z maso večje, se manjša kroglica od večje odbije tako kot od toge stene, tj. z nasprotno enako hitrostjo, kot nanjo prileti. Po odboju večje od tal je relativna hitrost pred trkom $2v$, če je v hitrost, ki jo kroglici dosežeta pri padcu z višine h. Takoj po trku kroglic se manjša giblje s hitrostjo $2v$ glede na večjo, ki se giblje s hitrostjo v navzgor. (7*t.*) Glede na tla je hitrost manjše $3v$, kar pomeni, da je njena kinetična energija devetkrat večja kot pred trkom. Manjša kroglica doseže torej višino $9h = 9$ m, večja pa se vrne (skoraj) na prvotno višino 1 m.(3*t.*)

Skupina II – rešitve

Rezultat je potrebno zapisati s smiselnim številom števk, v nasprotnem primeru odbijemo 1 t.

1. *Podatki:* $R = 6370$ km, $r_{\mathrm{v}} = 71$ %, $r_{\mathrm{pl}} = 7$ %, $r_{\mathrm{kl}} = 9$ %, $d_{\mathrm{pl}} = 25$ m, $d_{\mathrm{kl}} = 2200$ m, $\eta = 10$ %, $P = 15$ TW, $\rho_l = 920\ \mathrm{kg/m^3}$, $q = 334$ kJ/kg.

   a) Staljeni plavajoči led ne prispeva k dvigu gladine, saj izpodriva enako prostornino vode kot je prostornina vode, ki nastane iz staljenega ledu. (3*t*.) Masa kopenskega ledu, ki se stali je $m_{\mathrm{kl}} = r_{\mathrm{kl}}(1 - r_{\mathrm{v}})\, 4\pi R^2 \eta d_{\mathrm{kl}} \rho_l$ in dvig gladine

   $$\Delta h = \frac{m_{\mathrm{kl}}}{r_{\mathrm{v}}\, 4\pi R^2 \rho_v} = \frac{r_{\mathrm{kl}}(1 - r_{\mathrm{v}})\eta d_{\mathrm{kl}}\rho_l}{r_{\mathrm{v}}\rho_v} = 7{,}4\ \mathrm{m}\,. \qquad (2t.)$$

   b) Masa plavajočega ledu je $m_{\mathrm{pl}} = r_{\mathrm{pl}} r_{\mathrm{v}}\, 4\pi R^2 d_{\mathrm{pl}}\rho_l$; skupna masa ledu, ki se stali je $m = m_{\mathrm{kl}} + m_{\mathrm{pl}} = 3{,}3 \cdot 10^{18}$ kg. (1*t*.) Led se stali v času

   $$t = \frac{mq}{P} = \frac{(r_{\mathrm{kl}}(1 - r_{\mathrm{v}})\eta d_{\mathrm{kl}} + r_{\mathrm{pl}} r_{\mathrm{v}} d_{\mathrm{pl}}) 4\pi R^2 \rho_l q}{P} = 7{,}3 \cdot 10^{10}\ \mathrm{s} = 2300\ \mathrm{let}\,.$$

   (4*t*.)

2. *Podatki:* $U = 220$ V, $\zeta = 50\ \mu\Omega$ m, $l = 40$ cm, $a = 3$ cm, $d = 2$ mm.

   a)

   $$R = \frac{\zeta l}{a^2 - (a - 2d)^2} = \frac{\zeta l}{4d(a - d)} = 89\ \mathrm{m\Omega}\,.$$

   Upoštevamo tudi

   $$R = \frac{\zeta l}{4da} = 83\ \mathrm{m\Omega}\,.$$

   (2*t*.)

   b) Po desnem zgornjem odseku lestve in levem spodnjem tok ne teče. Nadomestno vezje sestavljajo dva vzporedno vezana upornika z uporom $2R$, zaporedno vezana z dvema upornikoma z uporoma po R:

   $$R' = R + \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}\right)^{-1} + R = 3R\,, \qquad I = \frac{U}{R'} = 820\ \mathrm{A}\,.$$

   (3*t*.)

   c) Delamo s tokovi. Tok v zgornjem levem odseku označimo z I; tok v zgornji prečki z I_1 in drugem levem odseku (štetem od zgoraj navzdol) z I_2, $I_2 = I - I_1$. Zaradi simetrije je tok v tretjem desnem odseku I_2 in v spodnji prečki I_1. V srednji prečki teče tok $I_2 - I_1$. Trivialno sledi, da sta tokova v drugi desni prečki in tretji levi enaka I_1 in v spodnjem desnem odseku I. Zapišimo padce napetosti v zgornjem kvadratu:

$$RI_1 + RI_1 - RI_2 - R(I_2 - I_1) = 0\,, \qquad I_1 = \frac{2}{5}\,I\,, \qquad I_2 = I - I_1 = \frac{3}{5}\,I\,.$$

Zapišimo še padce napetosti med priključkoma po zgornji prečki in nato po desnem kraku:

$$RI + RI_1 + RI_1 + RI_2 + RI = U\,, \qquad I = \frac{5U}{17R} = 720\ \mathrm{A}\,.$$

(5t.)

3. *Podatki:* $v = 1 \cdot 10^5$ m/s, $B = 100$ mT, $\beta = 8°$, $m = 6{,}65 \cdot 10^{-27}$ kg, $e = +3{,}2 \cdot 10^{-19}$ As, $h = 10$ cm.

   V navpični smeri se delec alfa giblje enakomerno s hitrostjo $v_z = v\sin\beta$, v projekciji na vodoravno ravnino pa kroži pod vplivom magnetne sile $F = evB\cos\beta$ s hitrostjo $v' = v\cos\beta$. Iz enačbe za kroženje dobimo kotno hitrost kroženja

$$m\,\frac{v'^2}{r} = ev'B\,, \qquad \omega = \frac{v'}{r} = \frac{eB}{m}\,.$$

   V času, ko v navpični smeri prepotuje razdaljo h, opiše kot:

$$\varphi = \omega t = \frac{eBh}{mv\sin\beta} = 34{,}5\,, \quad \text{ali} \quad N = \frac{\varphi}{2\pi} = 5{,}5\,,$$

   torej pet in pol obrata. (10t.)

4. *Podatki:* $C_1 = 100\ \mu$F, $C_2 = 50\ \mu$F, $R_1 = 100$ kΩ, $R_2 = 56$ kΩ, $U = 12$ V.

   a) Napetost na kondenzatorju C_1 je enaka napetosti na uporniku R_1, $U_1 = R_1/(R_1 + R_2)\,U$ torej

$$e_1 = C_1U_1 = \frac{C_1R_1}{R_1 + R_2}\,U = 0{,}770\ \mathrm{mAs}\,,$$

$$e_2 = C_2U_2 = \frac{C_2R_2}{R_1 + R_2}\,U = 0{,}215\ \mathrm{mAs}\,.$$

   Na levi plošči prvega kondenzatorja je naboj $+e_1$, na desni $-e_1$, na drugem kondenzatorju pa po vrsti $+e_2$ in $-e_2$. (3t.)

   b) Ko priključka sklenemo, steče del naboja na drugi kondenzator, tako da se napetosti na kondenzatorjih izenačita, polariteti na drugem kondenzatorju pa se zamenjata. Skupni naboj na kondenzatorjih $e = e_1 - e_2$ se sedaj razdeli med oba kondenzatorja $e = e_1' + e_2'$ in velja

$$U_1' = U_2' = \frac{e_1'}{C_1} = \frac{e_2'}{C_2}$$

od koder sledi

$$e_1' = \frac{C_1 e}{C_1 + C_2}\,, \qquad e_2' = \frac{C_2 e}{C_1 + C_2}\,,$$

$$U_1' = U_2' = \frac{e}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 R_1 - C_2 R_2}{(R_1 + R_2)(C_1 + C_2)}\, U = 3{,}7\ \mathrm{V}\,.$$

(7*t*.)

Skupina III – rešitve

Rezultat je potrebno zapisati s smiselnim številom števk, v nasprotnem primeru odbijemo 1 t.

1. *Podatki:* $h = 1$ m.

   a) Ker je masa manjše kroglice zanemarljiva v primerjavi z maso večje, se manjša kroglica od večje odbije tako kot od toge stene, tj. z nasprotno enako hitrostjo, kot nanjo prileti. Po odboju večje od tal je relativna hitrost pred trkom $2v$, če je v hitrost, ki jo kroglici dosežeta pri padcu z višine h. Takoj po trku kroglic se manjša giblje s hitrostjo $2v$ glede na večjo, ki se giblje s hitrostjo v navzgor. Glede na tla je hitrost manjše $3v$, kar pomeni, da je njena kinetična energija devetkrat večja kot pred trkom. Manjša kroglica doseže torej višino $9h = 9$ m, večja pa se vrne (skoraj) na prvotno višino 1 m. (6t.)

   b) Pri prožnem centralnem trku dveh enakih kroglici, ki trčita z nasprotno enakima hitrostima, se smeri hitrosti po trku zamenjata, po velikosti pa ostaneta nespremenjeni. Ko torej prva kroglica po odboju od tal trči s padajočo kroglico, prva le spremeni smer in se ponovno prožno odbije od tal, druga pa se po trku giblje navzgor s hitrostjo v. Obe kroglici se vrneta na začetno višino $h = 1$ m. (4t.)

2. *Podatki:* $e_1 = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$As, $e_2 = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$As, $l = 100$ cm, $m = 10$ g, $e = 1{,}0 \cdot 10^{-11}$As

   a) Z r označimo ravnovesno razdaljo od prvega naboja, potem iz ravnovesja sil sledi ($q = e_2/e_1 = 2$):

$$\frac{e_1 e}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{e_2 e}{4\pi\varepsilon_0 (l-r)^2}\,, \qquad (l-r)^2 = qr^2\,,$$

   s smiselno rešitvijo

$$r = \frac{l}{\sqrt{q}+1} = \frac{l}{\sqrt{2}+1} = 0{,}414\ \mathrm{m}\,. \qquad (3t.)$$

   b) Odmaknimo srednji naboj za majhen s proti drugemu naboju. Sila na naboj je enaka

$$\begin{aligned} F &= \frac{e_1 e}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{(r+s)^2} + \frac{q}{(l-r-s)^2}\right]\,,\\ &= \frac{e_1 e}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r^2(1+\frac{s}{r})^2} + \frac{q}{(l-r)^2(1-\frac{s}{l-r})^2}\right]\,. \end{aligned}$$

   (3t.)

Uporabimo $(1+x)^{-2} = 1 - 2x$ in zvez med r in $l-r$ pri a) sledi:

$$F = \frac{e_1 e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left[\frac{2s}{r} + \frac{2s}{l-r}\right] = \frac{e_1 e l}{2\pi\varepsilon_0 r^3(l-r)}\, s \equiv ks\,,$$

pri čemer k ustreza konstanti vzmeti. (3*t*.)

Vstavimo še zgorni izraz za r:

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 m r^3(l-r)}{e_1 e\, l}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 m l^3\sqrt{q}}{e_1 e\,(\sqrt{q}+1)^4}} = 9{,}6\ \mathrm{s}\,.$$

(1*t*.)

3. *Podatki:* $P = 50$ W, $m = 10$ kg, $c_p = 130$ J/kgK, $\eta = 1{,}0$ %, $\alpha = 1{,}4\cdot 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$

   Ohranja se vrtilna količina krogle:

$$\frac{2}{5}\, m(r+\Delta r)^2(\omega - \Delta\omega) = \frac{2}{5}\, mr^2\omega\,, \qquad (5t.)$$

   Preuredimo:

$$\frac{(r+\Delta r)^2}{r^2} = \frac{\omega}{\omega - \Delta\omega}\,, \qquad \frac{\Delta r}{r} = \sqrt{\frac{1}{1-\frac{\Delta\omega}{\omega}}} - 1\,.$$

   Velja

$$\frac{\Delta r}{r} = \alpha\Delta T = \alpha\frac{Pt}{mc_p}\,, \quad t = \frac{mc_p}{\alpha P}\left(\sqrt{\frac{1}{1-\eta}} - 1\right) \approx \frac{mc_p\eta}{2\alpha P} = 2{,}6\ \mathrm{h}\,.$$

   (5*t*.)

4. *Podatki:* $v = 1\cdot 10^5$ m/s, $B = 100$ mT, $\varphi = 8°$, $m = 6{,}65\cdot 10^{-27}$ kg, $e = +3{,}2\cdot 10^{-19}$ As, $h = 10$ cm.

   V navpični smeri se delec alfa giblje enakomerno s hitrostjo $v_z = v\sin\beta$, v projekciji na vodoravno ravnino pa kroži pod vplivom magnetne sile $F = evB\cos\beta$ s hitrostjo $v' = v\cos\beta$.(1*t*.) Iz enačbe za kroženje dobimo kotno hitrost kroženja

$$m\,\frac{v'^2}{r} = ev'B\,, \qquad \omega = \frac{v'}{r} = \frac{eB}{m}\,. \qquad (2t.)$$

   Sila kaže v nasprotni smeri osi x, zato leži krožnica pri $x \le 0$. Za radij kroženja dobimo

$$r = \frac{mv\cos\beta}{eB} = 2{,}06\ \mathrm{cm}\,. \qquad (1t.)$$

V času, ko v navpični smeri prepotuje razdaljo h, opiše kot:

$$\varphi = \omega t = \frac{eBh}{mv\sin\beta} = 34{,}5\,, \quad \text{ali} \quad N = \frac{\varphi}{2\pi} = 5{,}50 \qquad (3t.)$$

obrata. Pomeni, da se nahaja ravno na nasprotni strani krožnice, glede na začetno točko. Koordinata točke, kjer zapusti magnetno polje, je

$$\vec{r} = (-2r,\ 0,\ h) = (-4{,}12\ \text{cm}\,,\ 0,\ 10\ \text{cm}) \qquad (3t.)$$

Za splošno rešitev sicer velja:

$$x = r(\cos(\omega t) - 1)\,, \qquad y = -r\sin(\omega t)\,, \qquad z = vt\sin\beta$$