**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Regijsko tekmovanje srednješolcev iz fizike v letu 2006

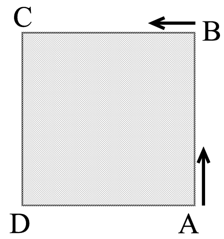
10. marec 2006

Kazalo

Skupina I

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Deček in deklica enakomerno tečeta okoli hiše, ki ima v tlorisu obliko kvadrata. Oba tečeta tik ob stenah hiše, in sicer v nasprotni smeri urinega kazalca. Deček začne v vogalu A in teče s hitrostjo 2,5 m/s, deklica pa začne istočasno v vogalu B in teče s hitrostjo 2,3 m/s. Izračunaj, ob kateri steni hiše (stranici kvadrata) deček ujame deklico.



2. V prazno valjasto posodo s polmerom 8 cm stresemo 3000 lesenih kroglic s polmerom 4 mm. Nato zlijemo v posodo 2 litra vode.

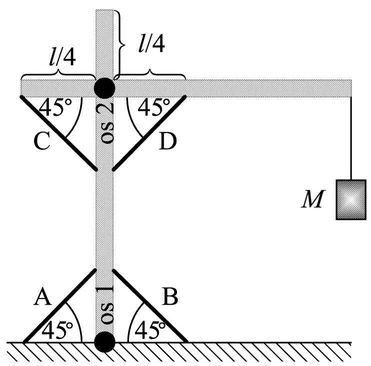
   a) Približno izračunaj (oceni) število potopljenih kroglic.

   b) Na kateri višini nad dnom posode je vodna gladina?

   Gostota lesa je 700 kg/m^3, vode 1000 kg/m^3. Lesene kroglice ne vpijajo vode.

3. Model žerjava sestavljata navpična palica z dolžino 50 cm in maso 2 kg in enaka vodoravna palica, ter štiri enake vrvice A, B, C in D (glej sliko). Navpična palica je vrtljivo vpeta v tla v osi 1, vodoravna palica pa je vrtljivo vpeta v navpično palico v osi 2. Na krajišče vodoravne palice obesimo utež z maso $M = 3$ kg. Vse vrvice in palice so v isti navpični ravnini. Ostali podatki so na sliki.

   S kolikšnima najmanjšima silama sta v ravnovesju napeti vrvici A in B, s kolikšnima pa vrvici C in D?



4. Stoječ cirkuški artist priveže en konec lahke prožne vrvi na pritrjen navpični drog, drugi konec pa si priklene ob pas. Od droga se odmakne toliko, da je vrv vodoravna, a še nenapeta. Nato se začne v smeri vrvi počasi po prstih oddaljevati od droga in na tak način napenjati vrv. V trenutku, ko je raztezek vrvi 2,0 m, artistu zaradi neprevidnosti zdrsne. Vrv ga potegne, tako da začne po podplatih drseti proti drogu, pri čemer se tal ves čas dotika s podplati in je vzravnan. Ustavi se ravno v točki, ko postane vrv spet nenapeta.

Artistovi copati so izdelani tako, da je koeficient lepenja med prsti in tlemi veliko večji od koeficienta trenja med podplati in tlemi. Vrv je ves čas vodoravna.

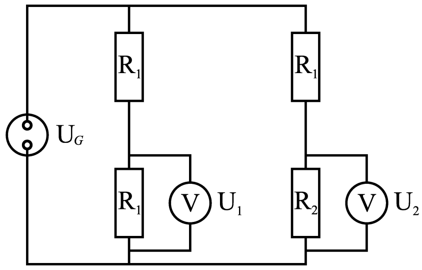
a) Izračunaj koeficient trenja med artistovimi podplati in tlemi.
b) V kateri točki med drsenjem proti drogu ima artist največjo hitrost? Kolikšen del največje prožnostne energije vrvi je tedaj kinetična energija artista?

Masa artista je 70 kg, prožnostni koeficient vrvi pa je 140 N/m.

Skupina II

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. Z voltmetrom z neznanim notranjim uporom najprej pomerimo napetost U_1, nato pa še napetost U_2, kot to prikazuje slika. Izmerimo $U_1 = 4{,}9$ V in $U_2 = 3{,}0$ V.

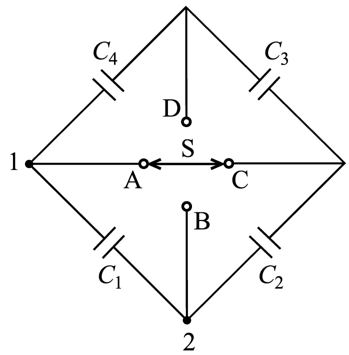


   a) Določi notranji upor voltmetra R_V.

   b) Kolikšna je vrednost upora R_2?

   Upor $R_1 = 10$ kΩ, gonilna napetost vira je $U_G = 10$ V, notranji upor vira pa je zanemarljivo majhen.

2. Električno vezje sestavljajo štirje kondenzatorji s kapacitetami $C_1 = 100\ \mu$F, $C_2 = 3C_1$, $C_3 = 6C_1$ ter $C_4 = C_1$. Stikalo S je na začetku v legi AC, kot je prikazano na sliki.



   a) Kolikšni naboji so na posameznih kondenzatorjih, ko med točki 1 in 2 priključimo napetost 9 V?

   b) Pri vključenem viru preklopimo stikalo v lego BD. Kolikšni so po tem naboji na posameznih kondenzatorjih?

3. V posodi, ki je napolnjena z vodo pri 24 °C, plava navzdol obrnjena epruveta, v kateri je 1,00 cm^3 zraka. Masa epruvete je 1,6 g. Na kolikšno temperaturo moramo segreti ali ohladiti vodo v posodi, da epruveta ravno potone?

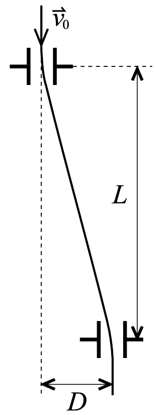
   Pri poskusu zrak ne uhaja iz epruvete. Gostota vode je 1000 kg/m^3, gostota stekla, iz katerega je epruveta, pa 2500 kg/m^3; privzamemo, da se obe gostoti s temperaturo ne spreminjata. Težo zraka v epruveti lahko zanemariš.

4. Curek hitrih elektronov s hitrostjo $v_0 = 2000$ km/s vzporedno premaknemo za $D = 20$ cm z dvema enakima ploščatima kondenzatorjema, kot kaže slika.

   a) Kolikšna je napetost na posameznem kondenzatorju, če je razdalja $L = 150$ cm? Kondenzator sestavljata dve vzporedni kvadratni plošči s stranico 1 cm in razmikom med ploščama 3 mm. Pri računanju upoštevaj, da so dimenzije kondenzatorja mnogo manjše od razdalje med obema kondenzatorjema.

   b) Napetost na kondenzatorjih izključimo, vključimo pa dve tuljavi, ki znotraj obeh kondenzatorjev ustvarita homogeno magnetno polje. Zunaj kondenzatorjev magnetnega polja ni. Kolikšna naj bo gostota magnetnega polja in smer v posamezni tuljavi, da se bo tudi v tem primeru curek elektronov vzporedno premaknil v isto smer in za enako razdaljo. Upoštevaj, da so dimenzije tuljave mnogo manjše od razdalje med tuljavama.

   Masa elektrona je $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, naboj pa $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As.



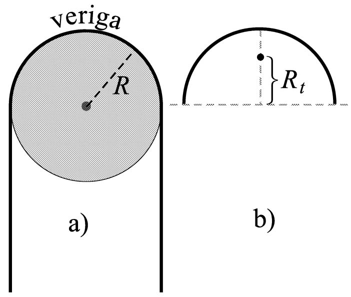
Skupina III

Kjer je potrebno, vzemi za težni pospešek vrednost 9,8 m/s^2.

1. V posodi, ki je napolnjena z vodo pri 24 °C, plava navzdol obrnjena epruveta, v kateri je 1,00 cm^3 zraka. Masa epruvete je 1,6 g. Na kolikšno temperaturo moramo segreti ali ohladiti vodo v posodi, da epruveta ravno potone?

   Pri poskusu zrak ne uhaja iz epruvete. Gostota vode je 1000 kg/m^3, gostota stekla, iz katerega je epruveta, pa 2500 kg/m^3; privzamemo, da se obe gostoti s temperaturo ne spreminjata. Težo zraka v epruveti lahko zanemariš.

2. Na prostovrteči verižnik (valj, ki se vrti okrog središča) z vztrajnostnim momentom $J = 0{,}01$ kgm^2 in polmerom $R = 10$ cm je obešena veriga z maso $m = 0{,}5$ kg in dolžino $l = 1$ m, kot prikazuje slika a). Oba dela verige, ki visita z verižnika, sta na začetku enako dolga. Verigo na enem krajišču rahlo potegnemo, da se začne premikati z zanemarljivo hitrostjo.

   a) Kolikšna je hitrost verige v trenutku, ko zdrsne z verižnika, če med verigo in verižnikom ni trenja?

   b) S kolikšno kotno hitrostjo pa se vrti verižnik v trenutku, ko z njega pade veriga, če veriga ne podrsava po obodu verižnika.

   Težišče polkrožnice (slika b)) je na višini $R_t = 2R/\pi$.

3. S stropa visi dolga lahka vzmet. Vzmet primemo za prosti konec, jo raztegnemo za 10 cm in jo v raztegnjenem stanju zadržujemo. Na prosti konec vzmeti pritrdimo utež in nato vzmet izpustimo. Utež se začne spuščati in doseže točko, ki je 29 cm pod lego, kjer smo obesili utež, preden se začne spet dvigati.

   a) Razmisli, do katere višine se utež ponovno dvigne, če je vzmet idealno prožna, in na podlagi tega določi mirovno lego uteži in raztezek vzmeti v mirovni legi.

b) V kolikšnem času se utež spusti iz lege, kjer smo obesili utež, do najnižje točke?

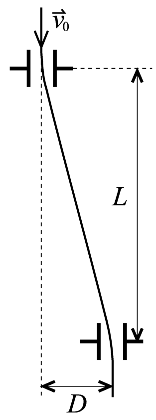
4. Curek hitrih elektronov s hitrostjo $v_0 = 2000$ km/s vzporedno premaknemo za $D = 20$ cm z dvema enakima ploščatima kondenzatorjema, kot kaže slika.

   a) Kolikšna je napetost na posameznem kondenzatorju, če je razdalja $L = 150$ cm? Kondenzator sestavljata dve vzporedni kvadratni plošči s stranico 1 cm in razmikom med ploščama 3 mm. Pri računanju upoštevaj, da so dimenzije kondenzatorja mnogo manjše od razdalje med obema kondenzatorjema.

   b) Napetost na kondenzatorjih izključimo, vključimo pa dve tuljavi, ki znotraj obeh kondenzatorjev ustvarita homogeno magnetno polje. Zunaj kondenzatorjev magnetnega polja ni. Kolikšna naj bo gostota magnetnega polja in smer v posamezni tuljavi, da se bo tudi v tem primeru curek elektronov vzporedno premaknil v isto smer in za enako razdaljo. Upoštevaj, da so dimenzije tuljave mnogo manjše od razdalje med tuljavama.

   c) Ali sta časa potovanj elektrona med kondenzatorjema oziroma tuljavama enaka v primerih a) in b)? Če nista, za koliko se razlikujeta? Kateri čas je manjši?

   Masa elektrona je $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, naboj pa $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As.



Skupina I – rešitve

1. *Podatki:* $v_A = 2{,}5$ m/s, $v_B = 2{,}3$ m/s.

   Če z s označimo pot, ki jo potrebuje deček do srečanja, in z a stranico kvadrata, porabi deček do srečanja čas $t = s/v_A$; deklica pa naredi v istem času pot $s - a$. Ko izenačimo časa

   $$\frac{s}{v_A} = \frac{s-a}{v_B}\,, \quad \text{dobimo enačbo} \quad s(v_A - v_B) = a v_A\,, \qquad [6\ t.]$$

   z rešitvijo

   $$s = \frac{v_A}{v_A - v_B}\,a = 12{,}5\ a\,. \qquad [2\ t.]$$

   Deček torej ujame deklico na poti, ki je za pol stranice večja od treh obsegov kvadrata, torej ujame deklico ob stranici AB. [2 t.]

2. *Podatki:* $\rho_l = 700$ kg/m^3, $\rho_v = 1000$ kg/m^3, $R = 8$ cm, $r = 4$ mm, $V = 2$ l. $N_0 = 3000$.

   a) Ker je kroglic zelo veliko, si lahko množico kroglic predstavljamo kot telo z gostoto lesa. Takšno telo bi segalo do 7/10 v vodo, torej je potopljenih približno

   $$N \approx \frac{7}{10}N_0 = 2100 \qquad [5\ t.]$$

   kroglic.

   b) Prostornina posode do višine h je enaka prostornini vode in prostornini N potopljenih kroglic:

   $$\pi R^2 h = V + \frac{4\pi r^3}{3}N\,, \qquad [4\ t.]$$

   od koder sledi

   $$h = \frac{V + \frac{4\pi r^3}{3}N}{\pi R^2} = 12{,}7\ \text{cm}\,. \qquad [1\ t.]$$

3. *Podatki:* $l = 50$ cm, $m = 2$ kg, $M = 3$ kg.

Najmanjše sile so takrat, ko sta vrvici B in D nenapeti (sili v vrvicah B in D sta enaki 0).

Na vodoravno palico delujejo sile uteži, Mg, teža palice, mg, sila vrvice C z vodoravno komponento $F_C/\sqrt{2}$, ki kaže v desno (glej sliko v besedilu), in sila osi z vodoravno komponento F_2. Ravnovesje navorov zapišemo za os 2:

$$\frac{3}{4}\,l\,Mg + \frac{1}{4}\,l\,mg = \frac{1}{4}\,l\,\frac{F_C}{\sqrt{2}} \qquad [3\ t.]$$

od koder

$$F_C = \sqrt{2}\,(3M + m)g = 152\ \mathrm{N}\,. \qquad [1\ t.]$$

Iz ravnovesja sil v vodoravni smeri $F_C/\sqrt{2} = F_2$ [2 t.] dobimo še

$$F_2 = \frac{F_C}{\sqrt{2}} = 108\ \mathrm{N}\,,$$

ki kaže v levo.

Silo v vrvici A dobimo le iz pogoja za ravnovesje navorov na navpično palico. Nanjo delujejo sila vrvice A in sila vrvice C, katerih vodoravni komponenti kažeta v levo, sila v osi 1, ki za rešitev naloge ni pomembna, in sila vodoravne palice, ki je po 3. Newtonovem zakonu nasprotno enaka sili, s katero deluje navpična palica na vodoravno. Njena vodoravna komponenta je torej po velikosti enaka F_2 in kaže v desno. Ravnovesje navorov zapišemo za os 1. Ker so vrvice enake, je prijemališče sile vrvice A za $\frac{1}{4}l$ oddaljeno od osi, prijemališče sile vrvice C pa za $\frac{1}{2}l$. Ravnovesje navorov zahteva:

$$\frac{1}{4}\,l\,\frac{F_A}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\,l\,\frac{F_C}{\sqrt{2}} = \frac{3}{4}\,l\,F_2\,. \qquad [3\ t.]$$

Dobimo

$$F_A = 3\sqrt{2}F_2 - 2F_C = F_C = 152\ \mathrm{N}\,. \qquad [1\ t.]$$

4. *Podatki:* $x_0 = 2{,}0$ m, $m = 70$ kg, $k = 140$ N/m.

   Nalogo najlažje rešujemo z energijskim izrekom: sprememba mehanske energije (v našem primeru kinetične in prožnostne energije artista in vrvice) je enaka delu trenja.

   a) Tik preden zdrsne ima artist z vzmetjo prožnostno energijo $\frac{1}{2}kx_0^2$ in kinetično energijo 0, ko se ustavi pa sta obe energiji enaki 0. Razlika energij je enaka delu trenja na razdalji x_0:

$$0 - \tfrac{1}{2}kx_0^2 = -mgk_{\mathrm{tr}}x_0 \,. \qquad [4\ t.]$$

   (Trenje kaže v nasprotno smer kot premik in je zato delo trenja negativno.) Od tod izluščimo

$$k_{\mathrm{tr}} = \frac{kx_0}{2mg} = 0{,}2 \,. \qquad [1\ t.]$$

   b) Raztezek vrvice v trenutku, ko je hitrost največja, označimo z x. V tej točki ima prožnostno energijo $\frac{1}{2}kx^2$ in kinetično $\frac{1}{2}mv^2$. Artist je predrsal razdaljo $x_0 - x$, zato je delo trenja enako $-mgk_{\mathrm{tr}}(x_0 - x)$. Velja

$$\tfrac{1}{2}kx^2 + \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}kx_0^2 = -mgk_{\mathrm{tr}}(x_0 - x) = -\tfrac{1}{2}kx_0(x_0 - x) \,, \qquad [3\ t.]$$

   kjer smo v zadnji enakosti vstavili rezultat za k_{tr} iz primera a). Enačbo preuredimo v obliko:

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{8}kx_0^2 - \tfrac{1}{2}k(x - \tfrac{1}{2}x_0)^2 \,,$$

   Kinetična energija in s tem hitrost je največja, ko je drugi člen na desni najmanjši, torej pri

$$x = \tfrac{1}{2}x_0 = 1{,}0\ \mathrm{m} \,. \qquad [1\ t.]$$

   V tej točki je kinetična energija enaka

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{8}kx_0^2 \,, \qquad \text{(maksimum)} \qquad [1\ t.]$$

   torej četrtino največje prožnostne energije.

Skupina II – rešitve

1. *Podatki:* $U_1 = 4{,}9$ V, $U_2 = 3{,}0$ V, $U_G = 10$ V, $R_1 = 10$ kΩ.

   Pri reševanju naloge je bistvena ugotovitev, da sta obe veji neodvisni in ne vplivata druga na drugo, saj je notranji upor vira zanemarljiv. Lahko si mislimo, da sta obe veji priključeni vsaka na svoj vir napetosti.

   a) Nadomestni upor vzporedno vezanega upornika R_1 in voltmetra je

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V}\,, \qquad R' = \frac{R_V R_1}{R_V + R_1}\,.$$

   Za napetost na voltmetru dobimo

$$U_1 = IR' = \frac{R'}{R_1 + R'}\,U_G \qquad \text{ali} \qquad \frac{U_1}{U_G} = \frac{R_V}{R_1 + 2R_V}\,, \qquad [4\ t.]$$

   od koder izluščimo

$$R_V = \frac{U_1}{U_G - 2U_1}\,R_1 = 240\ \mathrm{k\Omega}\,. \qquad [1\ t.]$$

   b) V tem primeru je nadomestni upor vzporedno vezanega upornika R_1 in voltmetra enak

$$R'' = \frac{R_V R_2}{R_V + R_2}\,.$$

   Velja

$$U_2 = \frac{R''}{R_1 + R''}\,U_G = \frac{R_V R_2}{R_1 R_2 + R_V(R_1 + R_2)}\,U_G\,, \qquad [4\ t.]$$

   od koder sledi

$$R_2 = \frac{U_2}{U_G - U_2 - \frac{R_1}{R_V}U_2}\,R_1 = 4{,}4\ \mathrm{k\Omega}\,. \qquad [1\ t.]$$

   (Opomba: Če ne bi upoštevali končnega notranjega upora voltmetra, bi dobili rezultat 4,3 kΩ, zato numerični rezultat ni merodajen za oceno pravilnosti postopka.)

2. *Podatki:* $C_1 = 100\ \mu$F, $C_2 = 3C_1$, $C_3 = 6C_1$, $C_4 = C_1$, $U_0 = 9$ V.

   a) Kondenzatorja 1 in 2 sta vzporedno priključena na vir napetosti, na kondenzatorjih 3 in 4 pa ni napetosti, torej

$$e_1 = C_1 U_0 = 9 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{As}\,, \quad e_2 = C_2 U_0 = 27 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{As}\,, \quad e_3 = 0\,, \quad e_4 = 0\,.$$

   [5 *t.*]

   b) Sedaj sta na vir priključena kondenzatorja 1 in 4 in naboja na njih sta

$$e_1' = C_1 U_0 = 9 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{As}\,, \quad e_4' = C_4 U_0 = 9 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{As}\,. \qquad [2\ t.]$$

   Kondenzatorja 2 in 3 nista priključena na napetost; naboj na kondenzatorju 2 se porazdeli med kondenzatorja 2 in 3 tako, da je napetost na njih enaka:

$$e_2 = e_2' + e_3'\,, \qquad \frac{e_2'}{C_2} = \frac{e_3'}{C_3} \qquad [2\ t.]$$

   od koder dobimo:

$$e_2' = \frac{C_2}{C_2 + C_3} e_2 = 9 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{As}\,, \quad e_3' = \frac{C_3}{C_2 + C_3} e_2 = 18 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{As}\,. \qquad [1\ t.]$$

3. *Podatki:* $T_0 = 24$ °C, $V_0 = 1{,}00$ cm^3, $m = 1{,}6$ g, $\rho_s = 2500$ kg/m^3, $\rho_v = 1000$ kg/m^3.

   Tik preden epruveta z zrakom potone, je teža stekla enaka vzgonu:

$$mg = \rho_v (V_s + V) g\,. \qquad [4\ t.]$$

   Prostornino stekla izrazimo z maso in gostoto, $V_s = m/\rho_s$, prostornina zraka, V, pa je odvisna od temperature

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}\,. \qquad [2\ t.]$$

   Enačbo za ravnovesje preuredimo

$$m\left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_s}\right) = \rho_v V = \rho_v \frac{V_0}{T_0} T$$

   od koder sledi, da se epruveta začne potapljati, ko se temperatura vode spusti pod

$$T = \frac{m(\rho_s - \rho_v)}{V_0 \rho_v \rho_s} T_0 = 277\ \mathrm{K} = 12\ {}^\circ\mathrm{C}\,. \qquad [4\ t.]$$

4. *Podatki:* $v_0 = 2000$ km/s, $D = 20$ cm, $L = 150$ cm, $s = 1$ cm, $d = 3$ mm, $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, $e_0 = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As.

   a) Gibanje elektrona v kondenzatorju je podobno gibanju telesa pri poševnem metu. V prečni smeri deluje nanj konstantna sila $F = e_0 E$, zato se v tej smeri elektron giblje enakomerno pospešeno:

$$a = \frac{e_0 E}{m_0} = \frac{e_0 U}{m_0 d}, \qquad v_y = at. \qquad [1\ t.]$$

   V vzdolžni smeri je gibanje enakomerno, vzdolžna komponenta hitrosti je zato enaka začetni hitrosti elektrona, $v_x = v_0$. Elektron preleti kondenzator v času $t = s/v_0$. Pri izhodu smer hitrosti tvori kot φ s prvotno smerjo in velja

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{at}{v_0} = \frac{e_0 U s}{m_0 d v_0^2}. \qquad [1\ t.]$$

   Iz zahteve

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{D}{L}$$

   dobimo

$$U = \frac{m_0 v_0^2 D d}{e_0 L s} = 0{,}91\ \mathrm{V}. \qquad [1\ t.]$$

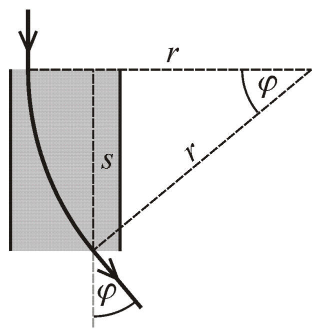
   Pozitivni priključek mora biti na desni plošči kondenzatorja (glej sliko pri besedilu naloge). [1 *t.*]

   Da se tir elektrona ponovno vrne v prvotno smer, mora biti na drugem kondenzatorju enaka napetost, le polariteta mora biti zamenjana. [1 *t.*]

   b) V magnetnem polju se elektron giblje po krožnici z radijem r. Pri tem deluje nanj konstantna sila $F' = e_0 v_0 B$, ki kaže proti središču kroženja. Velikost hitrosti elektrona zato ostaja konstantna. Iz Newtonovega zakona za kroženje sledi

$$m_0 \frac{v_0^2}{r} = e_0 v_0 B \qquad \text{in od tod} \qquad r = \frac{m_0 v_0}{e_0 B}. \qquad [2\ t.]$$

   Zvezo med radijem krožnice, r, dolžino kondenzatorja s in kotom, pod katerim zapusti elektron kondenzator, razberemo iz slike:



$$\sin\varphi = \frac{s}{r}\,, \qquad \text{po drugi strani pa velja} \qquad \sin\varphi = \frac{D}{\sqrt{L^2 + D^2}}\,.$$

[1 *t.*]

Desni strani izenačimo ter za r vzamemo zgornji izraz. Dobimo:

$$B = \frac{m_0 v_0}{e_0 r} = \frac{m_0 v_0 D}{e_0 s\sqrt{L^2 + D^2}} = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{T}\,. \qquad [1\ t.]$$

Magnetno polje kaže iz lista (na sliki pri besedilu naloge); v drugi tuljavi pa je polje enako, ima pa nasprotno smer. [1 *t.*]

Skupina III – rešitve

1. Glej rešitev naloge 3 v skupini II.

2. *Podatki:* $J = 0{,}01$ kgm^2, $R = 10$ cm, $m = 0{,}5$ kg, $l = 1$ m.

   a) Ohrani se vsota kinetične in potencialne energije verige. Na začetku ima veriga le potencialno energijo. Maso dela verige z dolžino s lahko izrazimo kot $m' = sm/l$. Če potencialno energijo štejemo od osi valja, velja:

   $$W' = \frac{\pi R m}{l}\frac{2R}{\pi}g - \frac{(l-\pi R)m}{l}\frac{l-\pi R}{4}g\,. \qquad [3\ t.]$$

   Na koncu ima kinetično in potencialno:

   $$W = \tfrac{1}{2}mv^2 - m\frac{l}{2}g\,. \qquad [2\ t.]$$

   Ko izenačimo obe energiji, dobimo

   $$v = \sqrt{\left(l + \frac{4R^2}{l} - \frac{(l-\pi R)^2}{2l}\right)g} = 2{,}8\ |rmm/s\,. \qquad [1\ t.]$$

   b) V tem primeru se na koncu vrti tudi verižnik; ker veriga ne spodrsava, je obodna hitrost verižnika enaka hitrosti verige, kotna hitrost pa je $\omega = v/R$.

   Začetna energija sistema je enaka tisti pri a), saj je težišče verižnika v njegovi osi. Pri končni energiji sistema pa moramo poleg energij pri a) upoštevati tudi rotacijsko kinetično energijo verižnika:

   $$W = \tfrac{1}{2}J\omega^2 + \tfrac{1}{2}mv^2 - m\frac{l}{2}g = \tfrac{1}{2}\left(\frac{J}{R^2} + m\right)v^2 - m\frac{l}{2}g\,. \qquad [2\ t.]$$

   Po izenačitvi energij dobimo

   $$v = \sqrt{\frac{\left(l + \frac{4R^2}{l} - \frac{(l-\pi R)^2}{2l}\right)mg}{\frac{J}{R^2} + m}} = 1{,}6\ \mathrm{m/s}\,,$$

   $$\omega = \frac{v}{R} = 16\ \mathrm{s}^{-1}\,.$$

   [2 t.]

3. *Podatki:* $s_1 = 10$ cm, $s_2 = 29$ cm.

   a) Utež se ponovno dvigne do višine, na kateri smo jo pritrdili. Utež torej niha okoli ravnovesne lege, ki je $\frac{1}{2}s_2$ pod točko, na kateri smo jo pritrdili. Celoten raztezek do mirovne lege je

$$s_0 = s_1 + \tfrac{1}{2}s_2 = 24{,}5 \text{ cm}.$$

   [5 *t.*]

   b) Utež niha s krožno frekvenco

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad [1\ t.]$$

   Iz enačbe za raztezek vzmeti v ravnovesni legi:

$$s_0 = \frac{mg}{k}, \qquad \text{sledi} \qquad \frac{k}{m} = \frac{g}{s_0}. \qquad [2\ t.]$$

   Za pot od začetne lege do najnižje točke porabi utež pol nihajnega časa:

$$t = \tfrac{1}{2}t_0 = \frac{\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\frac{g}{s_0}} = \pi\sqrt{\frac{g}{s_1 + \frac{1}{2}s_2}} = 0{,}5 \text{ s}. \qquad [2\ t.]$$

4. Za primera a) in b) glej rešitev naloge 4 v skupini II.

   a) [4 *t.*] (združimo zadnji dve točki v eno)

   b) [4 *t.*] ([2 *t.*]→[1 *t.*])

   c) V prvem primeru zadošča, da prepotuje elektron razdaljo L v času $t_a = L/v_x = L/v_0$, v drugem delu pa v času $t_b = \sqrt{L^2 + D^2}/v_0$. Prej pride torej v primeru a). Razlika časov je

$$t_b - t_a = \frac{1}{v_0}\left(\sqrt{L^2 + D^2} - L\right) = 6{,}6 \text{ ns}.$$

   [2 *t.*]