Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije

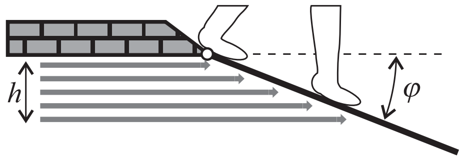
Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

54. FIZIKALNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE
Regijsko tekmovanje, 18. 3. 2016

Skupina I

1. Mateja ima maso 45 kg in se uči deskanja na valovih. Za ta namen ima bazen ob enem robu narejen poseben vodni curek nad gladino vode v bazenu. Tik nad zgornjim robom vodnega curka je vrtljivo vpeta ravna deska z dolžino 1,2 m in z maso 20 kg, kot kaže slika. Deska je vpeta tako, da je pri vseh kotih φ v celoti nad gladino vode v bazenu in da jo zadene celoten curek vode. Curek ima prečni presek z višino $h = 25$ cm in s širino, ki je enaka širini deske. Sila curka na desko ima vodoravno smer in velikost $F(v) = kv^2$, kjer je $k = 225\ \mathrm{Ns^2/m^2}$.



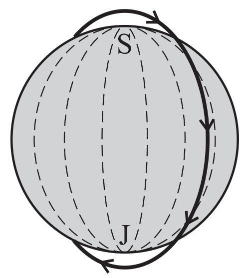
   a) Voda v curku ima hitrost 2,0 m/s. Na deski ni nikogar. Kolikšen je kot φ v ravnovesju?

   Med učenjem deskanja je hitrost vode v curku 3,0 m/s. Mateja previdno stopi na desko tako, da ima eno nogo natančno nad osjo, kjer je deska vrtljivo vpeta, drugo (sprednjo) pa počasi premika po deski vedno dlje od osi. Težo razporeja tako, da je sila obeh nog na podlago ves čas navpična in po velikosti enaka pod vsako nogo.

   b) Kolikšen je kot φ v ravnovesju, ko Mateja s sprednjo nogo na desko pritiska na razdalji 65 cm od osi?

   c) Največ na kolikšni razdalji od osi sme pritiskati s sprednjo nogo na desko, da še ne pade z deske v vodo v bazenu, če je največji kot φ, pri katerem še lahko stoji na deski, 30°?

2. Satelit z obhodnim časom 87 min kroži v *polarni orbiti.* To pomeni, da satelit kroži preko obeh zemeljskih polov kot kaže slika. Gibanje satelita spremlja opazovalec v kraju na zemljepisni širini 40°.



   a) Na kolikšni višini nad površjem Zemlje kroži satelit?

   b) S kolikšno hitrostjo kroži? Hitrost izrazi v km/s.

   c) S kolikšno hitrostjo in v kateri smeri (proti vzhodu ali proti zahodu) kroži opazovalec okoli Zemljine osi? Hitrost izrazi v km/s.

   d) Kolikšen kot oklepa tir gibanja satelita s smerjo sever-jug, ko je satelit navpično nad opazovalcem? Ali se od točke navpično nad opazovalcem satelit giblje vzhodno ali zahodno od poldnevnika (meridiana), na katerem je opazovalec?

3. Igralec skvoša stoji na sredini med visokima vzporednima stenama, ki sta med seboj oddaljeni 5,0 m. Proti eni od sten udari žogico poševno navzgor pod kotom φ glede na vodoravnico. Udari jo tako, da je žogica med letom ves čas v navpični ravnini, ki je pravokotna na steni. Žogica ima takoj po udarcu hitrost 65 km/h, se ne vrti in se od sten popolnoma prožno odbija.

   a) Pod kolikšnim najmanjšim kotom φ mora igralec udariti žogico, da se ta po dveh odbojih vrne natančno v začetno točko?

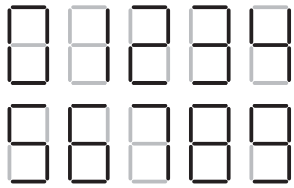
   b) Pod kolikšnim največjim kotom φ mora igralec udariti žogico, da se ta po dveh odbojih vrne natančno v začetno točko?

   c) Za največ koliko se žogica dvigne med letom v vprašanjih a) in b)?

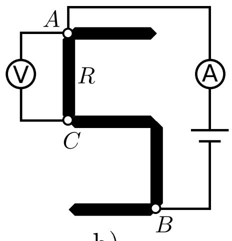
   d) Koliko je vseh različnih kotov, pri katerih se žogica po sodem številu odbojev vrne natančno v začetno točko?

Skupina II

1. Na panoju razporedimo prevodne ploščice v obliki številk (števk) od 0 do 9, kot kaže slika a). Sosednje ploščice so v električnem kontaktu. Med točki A in B priključimo napetost 9,00 V in merimo tok skozi izvir ter napetost med točkama A in C. Primer vezja za razporeditev ploščic v obliki števke 5 kaže slika b).



a)



b)

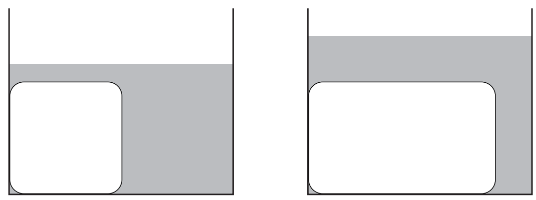
   a) Pri nekaterih števkah je napetost med A in C enaka 0, pri nekaterih pa je tok med A in B enak 0. Katere števke so to?

   b) Pri kateri števki je izmerjena napetost enaka 5,40 V?

   c) Kolikšen je upor ene ploščice, če med A in B v primeru b) teče tok 36 mA?

   d) Štiri števke sestavimo v 4-mestno število in izmerimo naslednje tokove in napetosti na posameznih števkah od leve proti desni:
   $I_1 = 36$ mA, $I_2 = 90$ mA, $I_3 = 60$ mA, $I_4 = 90$ mA,
   $U_1 = 5{,}40$ V, $U_2 = 4{,}50$ V, $U_3 = 6{,}00$ V, $U_4 = 2{,}25$ V.
   Katera število je prikazano?

2. V posodi z vodoravnim dnom s ploščino 400 cm^2 je 5,0 litrov vode in na dnu pritrjen potopljen balon s prostornino 7,0 litrov. V balonu je zrak s temperaturo 7,0 °C, tlak zraka v balonu je 100 kPa. Specifična toplota zraka pri konstantnem tlaku je 1010 J/kgK. Opna balona je mehka in ne ustvarja dodatnega tlaka v balonu. Balon se napihuje (širi) oziroma krči le v vodoravni smeri, kot kaže slika.



   a) Za koliko se dvigne gladina vode, če zrak v balonu segrejemo za 80 K? Privzemi, da je tlak v balonu ves čas konstanten in se voda pri tem ne segreva.

   b) Koliko toplote smo pri tem dovedli zraku v balonu?

   c) Koliko bi se spremenil rezultat pri a), če bi upoštevali, da tlak zraka ni konstanten?

3. Iz dveh navpično postavljenih kovinskih plošč v obliki pravokotnika s širino 10 cm in višino 20 cm v razmiku 5,0 mm sestavimo ploščati kondenzator. Na dnu in ob straneh postavimo neprevodne plošče, tako da dobimo posodo, ki dobro tesni, hkrati pa omogoča, da prevodni plošči kondenzatorja poljubno razmikamo. V posodo nalijemo olje z dielektričnostjo $\varepsilon = 80$ do vrha plošč in priključimo kovinski plošči na napetost 2000 V. (Če je v kondenzatorju snov z dielektričnostjo ε, se kapaciteta kondenzatorja poveča za faktor ε v primerjavi s praznim kondenzatorjem.)

   a) Kolikšen je naboj na ploščah kondenzatorja?

   b) Razmik med ploščama povečamo na 8,0 mm. Kolikšen je sedaj naboj na ploščah?

   c) Za koliko se v primeru b) spremeni električna energija kondenzatorja?

   d) Napajanje izključimo in plošči razmaknemo, tako da je razmik med ploščama enak 11,0 mm. Kolikšen je naboj na ploščah?

54. FIZIKALNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE
Regijsko tekmovanje, 18. 3. 2016

Skupina III

1. Strela udari iz oblaka navpično navzdol v tla. Ko se vzpostavi tako imenovani *prevodni kanal* med oblakom in tlemi, skoraj hipoma (v času nekaj μs) po prevodnem kanalu steče zelo velik naboj. Ob tem se zrak močno segreje in zasveti, kar vidimo kot blisk. Istočasno se vzdolž celotnega prevodnega kanala zelo poveča tlak, kar povzroči pok, ki ga slišimo kot grom. Ko udari strela, je energija oddanega zvočnega valovanja enakomerno porazdeljena vzdolž celotne dolžine prevodnega kanala. Grom zaslišimo 6 s po udarcu strele v tla, grmenje traja 1,5 s. Predpostavi, da je hitrost zvoka povsod v zraku enaka 340 m/s. Zanemari tudi morebitne odboje zvoka.

   a) Kolikšna je razdalja poslušalca od točke, kamor je strela udarila v tla?

   b) Kolikšna je višina oblaka, od koder je strela udarila v tla?

   c) Kolikšno je razmerje gostote energijskega toka zvoka, ki ga poslušalec sliši na koncu grmenja, in gostote energijskega toka zvoka, ki ga poslušalec sliši na začetku grmenja?

   Jakost zvoka izražamo tudi kot glasnost G, ki jo definiramo z enačbo $G = 10\log(j/j_0)$, kjer je j gostota energijskega toka zvoka in j_0 mejna gostota energijskega toka, da zvok še slišimo. S to enačbo izračunani številski vrednosti glasnosti pripišemo enoto *decibel* z oznako dB.

   d) Za koliko decibelov je za poslušalca glasnost zvoka na koncu grmenja manjša od glasnosti zvoka na začetku grmenja?

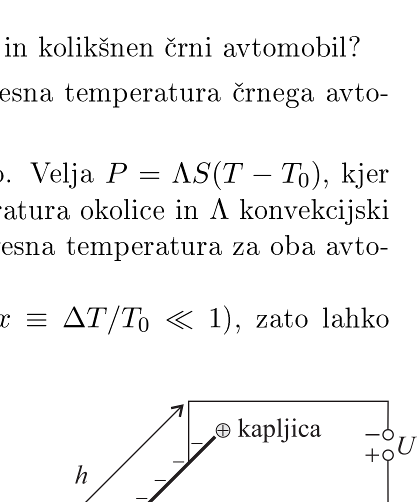
2. Na sončen dan na parkirišče sočasno pripeljeta in parkirata dva moderna avtomobila, ki imata obliko polkrogle s polmerom 1,5 m. Prvi je bel in ima albedo (odbojnost) 0,8, drugi je črn in ima albedo 0,4. Podatka se nanašata na kratkovalovno (vidno) sončno svetlobo. Avtomobila in okolica sevajo v infrardečem področju in v tem primeru je albedo za oba avtomobila enak in meri 0,05. (V IR delu spektra sta torej oba avtomobila skoraj „črna“.) Sonce je v zenitu in sveti navpično navzdol pravokotno na tla, gostota vpadnega energijskega toka je $j_s = 1{,}0\ \mathrm{kW/m^2}$. Ko pripeljeta na parkirišče, sta temperaturi obeh avtomobilov enaki temperaturi okolice $T_0 = 25\ ^\circ\mathrm{C}$. Privzemi, da je dno avtomobila izolirano.

   a) Kolikšen energijski tok (moč) s Sonca prejema (absorbira) beli in kolikšnen črni avtomobil?

   b) Kolikšna je ravnovesna temperatura belega in kolikšna ravnovesna temperatura črnega avtomobila, če izmenjujeta energijo z okolico le s sevanjem?

   c) Avtomobila oddajata energijski tok v okolico tudi s konvekcijo. Velja $P = \Lambda S(T - T_0)$, kjer je S površina telesa, segretega na temperaturo T, T_0 je temperatura okolice in Λ konvekcijski koeficient, $\Lambda = 6{,}0\ \mathrm{W/m^2K}$. Kolikšna je v tem primeru ravnovesna temperatura za oba avtomobila?
   Namig: Upoštevaj, da je $\Delta T = T - T_0$ dosti manj od T_0 ($x \equiv \Delta T/T_0 \ll 1$), zato lahko razvijemo četrto potenco dvočlenika kot $(1+x)^4 \approx 1 + 4x$.

3. Kondenzator s kvadratnima ploščama s stranico $h = 20$ cm, ki sta med seboj oddaljeni $l = 10$ cm, postavimo poševno pod kotom 45°, kot kaže slika. Na kondenzator priključimo neznano konstantno napetost U. Ob zgornjem robu vrhnje plošče spustimo v kondenzator oljno kapljico z maso 0,1 mg in z nabojem $+1{,}0 \cdot 10^{-11}$ As.



   a) Najmanj kolikšna mora biti napetost U, da oljna kapljica pade skozi kondenzator, ne da bi se dotaknila spodnje plošče?
   Namig: Silo razstavi na vodoravno in navpično komponento.

   b) Napetost na kondenzatorju povečamo na dvakratno vrednost mejne napetosti, izračunane pri vprašanju a). Kapljica naj ima sedaj pri vstopu v kondenzator hitrost v smeri navpično navzdol. Kolikšna naj bo ta hitrost, da kapljica izstopi iz kondenzatorja tik ob robu spodnje plošče?
   Namig: Pospeške izrazi z g.

1. *Podatki:* $m = 45$ kg, $m_0 = 20$ kg, $h = 25$ cm, $k = 225$ Ns^2/m^2, $b = 1{,}2$ m, $v_0 = 2{,}0$ m/s, $v_1 = 3{,}0$ m/s, $x = 65$ cm, $\varphi_{\max} = 30°$.

   a) Za navor sile curka na desko velja $M = rF$, pri čemer je ročica enaka $r = \frac{1}{2}h$. Ročica pri računanju navora teže deske pa je enaka $r' = \frac{1}{2}b\cos\varphi$, saj deska tvori z navpičnico kot $90° - \varphi$.

   Navor sile curka uravnovesi navor teže deske:

$$k\,v_0^2\,\frac{h}{2} = m_0 g\,\frac{b}{2}\cos\varphi\,, \qquad \cos\varphi = \frac{kv_0^2 h}{m_0 g b}\,, \qquad \varphi = 17°\,.$$

   [4 t.]

   b) V tem primeru upoštevamo še navor sile $F_M = \frac{1}{2}mg$, s katero Mateja pritiska na desko na razdalji x od osi; pri tem je ročica enaka $r'' = x\cos\varphi_1$:

$$kv_1^2\,\frac{h}{2} = m_0 g\,\frac{b}{2}\cos\varphi_1 + \frac{m}{2}\,gx\,\cos\varphi_1\,.$$

   Dobimo

$$\cos\varphi_1 = \frac{kv_1^2 h}{(m_0 b + mx)g}\,, \qquad \varphi_1 = 14°\,.$$

   Naklon deske je 14°.

   [3 t.]

   c) Enačba za ravnovesje je enaka kot pri b):

$$kv_1^2\,\frac{h}{2} = m_0 g\,\frac{b}{2}\cos\varphi_{\max} + \frac{m}{2}\,gx_{\max}\,\cos\varphi_{\max}\,.$$

   le da sedaj iščemo razdaljo $x_{\max}$:

$$x_{\max} = \frac{kv_1^2 h}{mg\cos\varphi_{\max}} - \frac{m_0 b}{m} = 79\ \text{cm}\,.$$

   Z nogo sme pritiskati na razdalji 79 cm od osi.

   [3 t.]

2. *Podatki:* $t_0 = 87$ min, $\vartheta = 40^\circ$, (iz zbirke $R_z = 6400$ km, $M_Z = 6 \cdot 10^{24}$ kg, $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\mathrm{Nm^2/kg^2}$).

   a) Po drugem Newtonovem zakonu je produkt mase in centripetalnega pospeška enak gravitacijski sili na satelit:

   $$m\omega^2 r = \frac{GmM_Z}{r^2}\,,$$

   pri čemer je r razdalja satelita do središča Zemlje

   $$r = \sqrt[3]{\frac{GM_z}{\omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{GM_z t_0^2}{4\pi^2}} = 6520\ \mathrm{km}\,.$$

   Satelit leti na višini 120 km.

   [4 t.]

   b) Hitrost satelita je enaka

   $$v_s = \omega r = \frac{2\pi r}{t_0} = 7{,}85\ \mathrm{km/s}\,.$$

   [2 t.]

   c) Razdalja opazovalca do zemeljske osi je $r_0 = R_z \cos\vartheta$ in hitrost ($t_{24} = 24$ h):

   $$v_z = \frac{2\pi R_z \cos\vartheta}{t_{24}} = 0{,}36\ \mathrm{km/s}$$

   v smeri proti vzhodu.

   [2 t.]

   d) Za opazovalca na Zemlji smer gibanja satelita tvori s poldnevnikom kot α:

   $$\tan\alpha = \frac{v_z}{v_s}\,, \qquad \alpha = 2{,}6^\circ\,.$$

   Satelit se za opazovalca giblje v smeri zahodno od poldnevnika.

   [2 t.]

3. *Podatki:* $a = 5$ m, $v_0 = 65$ km/s.

   a) V navpični smeri se žogica giblje tako kot pri poševnem metu in velja

$$v_y = v_0 \sin\varphi - gt\,, \qquad y = v_0 \sin\varphi\; t - \tfrac{1}{2}gt^2\,,$$

   v vodoravni smeri pa enakomerno z velikostjo hitrosti

$$v_x = v_0 \cos\varphi\,.$$

   Pri odboju hitrost le spremeni predznak, velikosti pa ne. Zato je pot v vodoravni smeri enaka poti, ki bi jo žogica opravila na prostem (brez sten):

$$s_x = v_0 \cos\varphi\; t\,.$$

   Po dveh odbojih se žogica se vrne na začetno višino $y = 0$ in pri tem opravi pot $2a$. Iz pogoja $y = 0$ dobimo za čas potovanja

$$t = \frac{2v_0 \sin\varphi}{g}\,,$$

   in za pot

$$s_x = 2a = \frac{2v_0^2 \sin\varphi\cos\varphi}{g} = \frac{v_0^2}{g}\,\sin 2\varphi\,.$$

   V tem primeru je dvižni kot enak

$$\sin 2\varphi = \frac{2ag}{v_0^2}\,, \qquad \varphi = \varphi_{\min} = 8{,}75^\circ\,.$$

   Dobljeni kot je najmanjši možni kot.

   [4 t.]

   b) Drugo rešitev enačbe za 2φ dobimo pri suplementarnem kotu, saj je $\sin\alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ za poljuben α. Ta rešitev ustreza maksimalnemu kotu

$$\varphi_{\max} = 90^\circ - \varphi_{\min} = 81{,}25^\circ\,.$$

   [1 t.]

   c) Največjo višino doseže žogica po času, ki je enak polovici časa potovanja do končne točke. Za največjo višino dobimo

$$y_a = \frac{v_0^2}{2g}\,\sin^2\varphi_{\min} = 0{,}38\ \mathrm{m} \qquad \text{in} \qquad y_b = \frac{v_0^2}{2g}\,\sin^2\varphi_{\max} = 16{,}25\ \mathrm{m}\,.$$

   [2 t.]

d) V primeru $2N$ odbojev od sten opravi žogica pot $s_x = 2Na$. Dobimo

$$2Na = \frac{v_0^2}{g}\,\sin 2\varphi\,.$$

Enačba ima rešitev, če je izpolnjen pogoj $\sin 2\varphi \leq 1$. Od tod sledi

$$N \leq \frac{v_0^2}{2ag} = 3{,}33\,.$$

Torej $N = 3$. Pri vsakem N dobimo za rešitev kot in njegov komplementarni kot; skupaj dobimo $2N = 6$ različnih kotov.
[3 t.]

1. *Podatki:* $U_0 = 9{,}00$ V, $U' = 5{,}40$ V, $I' = 36$ mA, $U_1 = 5{,}40$ V, $I_1 = 36$ mA, $U_2 = 4{,}50$ V, $I_2 = 90$ mA, $U_3 = 6{,}00$ V, $I_3 = 60$ mA, $U_4 = 2{,}25$ V, $I_4 = 90$ mA.

   a) Napetost je enaka 0 pri števkah **1** in **7**; tok ne teče pri števki **1**.

   [2 t.]

   b) Napetost 5,4 V ustreza delitvi 9 V v razmerju 3:2. Pomeni, da napetost merimo na treh zaporedno povezanih ploščicah, ki so zaporedno vezane z dvema ploščicama. Takšna razporeditev ploščic ustreza števki **2**.

   [2 t.]

   c) Skozi pet zaporedno vezanih ploščic teče tok I_0, torej je njihov skupni upor $R = U_0/I_0 = 250\ \Omega$. Upor ene ploščice je $R_1 = R/5 = 50\ \Omega$.

   [2 t.]

   d) Prva števka ustreza **2**; preveriti moramo še števke **0**, **3**, **4**, **5**, **6**, **8** in **9**.

   Pri **0** teče tok po dveh vzporednih vejah iz treh zaporedno vezanih ploščic. Za nadomestni upor vezja velja $1/R = 1/3R_1 + 1/3R_1$, $R = 3R_1/2 = 75\ \Omega$ in za skupni tok $I = U_0/R = 120$ mA, kar je več od podanih tokov. Pri **8** je skupni tok kvečjemu še večji, zato lahko **0** in **8** izločimo.

   Takoj lahko izločimo tudi **4** in **5**, pri katerih teče tok skozi 3 zaporedno vezane ploščice, tako da je na vrhnji ploščici AC tretjina napetosti vira, torej 3 V.

   Pri **3** tok prav tako teče skozi tri zaporedno vezane ploščice, a sedaj voltmeter meri napetost na zgornjih dveh, torej 6 V. Za tok dobimo $I = U_0/(3R_1) = 60$ mA, kar tudi ustreza tretji števki v zapisu števila.

   Pri **6** teče tok skozi ploščico AC z uporom R_1 in nato skozi dva vzporedno vezana upornika sestavljena iz po dveh zaporedno vezanih ploščic s skupnim uporom R_1. Skupni upor celotnega vezja je $2R_1$ in skupni tok 90 mA. Padec napetosti na ploščici AC je 4,5 V in druga števka je lahko **6**.

   Preostane še **9**: vezje je enako kot pri **6** in zato tudi skupni tok. Vendar sedaj v ploščici AC teče le polovica celotnega toka in je iskani padec napetosti enak 2,25 V. Števka **9** ustreza zadnji števki v iskanem številu:

   $$2639$$

   [4 t.]

   Zaradi celovitosti podajamo še izračun za števko **8**, čeprav jo lahko izločimo že s primerjavo z **0**.

   Pare točk v stikih med vodoravnimi ploščami na osmici označimo od zgoraj navzdol kot A in D, C in E ter F in B. Zaradi ohranitve toka in simetrije velja $I_{AC} = I_{EB}$, $I_{AD} = I_{DE} = I_{CF} = I_{FB}$ in $I_{CE} = I_{AC} - I_{CF}$. Ker so upori vseh prečk enaki, veljajo enake enačbe tudi za padce napetosti. Na poti ADEB velja:

   $$U_{AD} + U_{DE} + U_{EB} = U_{AD} + U_{AD} + U_{AC} = 2U_{AD} + U_{AC} = U_0\,,$$

na poti ACEB pa

$$U_{\rm AC} + U_{\rm CE} + U_{\rm EB} = U_{\rm AC} + U_{\rm AC} - U_{\rm CF} + U_{\rm AC} = 3U_{\rm AC} - U_{\rm AD} = U_0\,.$$

Drugo enačbe pomnožimo z 2 in enačbi seštejemo. Dobimo:

$$7U_{\rm AC} = 3U_0\,, \qquad U_{\rm AC} = \frac{3}{7}\,U_0 = 3{,}87\ V$$

in skupni tok

$$I = I_{\rm AC} + I_{\rm AD} = \frac{3U_0}{7R_1} + \frac{2U_0}{7R_1} = 129\ \mathrm{mA}\,.$$

2. *Podatki:* $V_0 = 7$ l, $S = 400$ cm^2, $T_0 = 7$ °C, $\Delta T = 80$ K, $p_0 = 100$ kPa, $c_p = 1010$ J/kgK.

   a) Sprememba je izobarna in velja

$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{T_0 + \Delta T}{T_0}, \qquad V_1 = \frac{T_0 + \Delta T}{T_0} V_0 = 9{,}0 \text{ l}.$$

   Prostornina balona se poveča za $\Delta V = 2{,}0$ l in gladina se dvigne za

$$h_0 = \frac{\Delta V}{S} = 5 \text{ cm}.$$

   [3 t.]

   b) Dovedena toplota je enaka:

$$Q = mc_p \Delta T = \frac{M\, p_0 V_0}{RT_0} c_p \, \Delta T = 706 \text{ J}.$$

   [3 t.]

   c) V tem primeru moramo upoštevati, da je na koncu tlak v balonu večji za hidrostatski tlak $\Delta p = \rho_v g h_0$. Končno prostornino dobimo iz splošne plinske enačbe:

$$\frac{(p_0 + \rho_v g h_0) V_1'}{T_0 + \Delta T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}, \qquad V_1' = \frac{(T_0 + \Delta T)}{T_0} \frac{p_0}{(p_0 + \rho_v g h_0)} V_0 = V_1 \frac{1}{(1 + r)},$$

   če je r relativno povečanje tlaka

$$r = \frac{\rho_v g h_0}{p_0} = 0{,}005.$$

   Za spremembo višine dobimo

$$\Delta h = \frac{V_1' - V_0}{S} - \frac{V_1 - V_0}{S} = \frac{\dfrac{V_1}{(1+r)} - V_1}{S} = -\frac{r V_1}{(1+r) S} = -1{,}1 \text{ mm}.$$

   [4 t.]

3. *Podatki:* $h = 20$ cm, $a = 10$ cm, $d_0 = 5$ mm, $U = 2000$ V, $\varepsilon = 80$, $d_1 = 8$ mm, $d_2 = 11$ mm.

a) Kapaciteta kondenzatorja je

$$C_0 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 ha}{d} = 2{,}85\,\mathrm{nF}\,.$$

Na njem se nabere naboj

$$e_0 = C_0 U = 5{,}7 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{As}\,.$$

[3 t.]

b) Ko plošči razmaknemo na razdaljo d_1 se gladina olja spusti do višine $h_1 = hd_0/d_1$. Kondenzator si mislimo sestavljen iz dveh vzporedno vezanih kondenzatorjev s ploščami v razmiku d_1; v zgornjem z višino plošč $h_1' = h - h_1$ je zrak, v spodnjem z višino h_1 pa olje. Skupna kapaciteta je enaka

$$\begin{aligned}
C_b &= C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 h_1' a}{d_1} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0 h_1 a}{d_1} \\
&= \frac{\varepsilon\varepsilon_0 ha}{d}\frac{d_0}{d_1}\frac{h_1}{h}\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\frac{(h-h_1)}{h_1}\right) \\
&= C_0\left(\frac{d_0}{d_1}\right)^2\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{d_1 - d_0}{d_0}\right)\right) = 1{,}1\,\mathrm{nF}\,. \\
e_1 &= C_b U = e_0\frac{C_b}{C_0} = 2{,}2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{As}\,.
\end{aligned}$$

[3 t.]

c)

$$\Delta W = \tfrac{1}{2}C_b U^2 - \tfrac{1}{2}C_0 U^2 = -3{,}4\,\mathrm{mJ}\,.$$

[2 t.]

d) Ker je kondenzator izoliran, se naboj ohranja in je enak naboju, izračunanem pri b).

[2 t.]

1. *Podatki:* $t = 6$ s, $\Delta t = 1{,}5$ s, $c = 340$ m/s.

   a) Zvok najprej prispe iz točke, v kateri je strela udarila v tla, torej na razdalji $x = ct = 2040$ m.

   [2 t.]

   b) Od oblaka do opazovalca potuje zvok po diagonali trikotnika z osnovnico x, ki smo jo izračunali pri a), in višino y. Konec grmenja zasliši po času $t + \Delta t$. Dolžino diagonale dobimo iz časa potovanja zvoka $s = c(t + \Delta t) = 2550$ m. Za višino oblaka dobimo $y = \sqrt{s^2 - x^2} = 1530$ m.

   [3 t.]

   c) Jakost zvoka pojema s kvadratom razdalje $j(r) = P/r^2$, če je P moč grmenja. Za razmerje jakosti na koncu in začetku grmenja torej velja

$$\frac{j(s)}{j(x)} = \frac{\frac{P}{s^2}}{\frac{P}{x^2}} = \frac{x^2}{s^2} = \frac{t^2}{(t + \Delta t)^2} = 0{,}64\,.$$

   [3 t.]

   d) Razlika v glasnosti je

$$\begin{aligned} G(s) - G(x) &= 10\log\left(\frac{j(s)}{j_0}\right) - 10\log\left(\frac{j(x)}{j_0}\right) = 10\log\left(\frac{j(s)}{j(x)}\right) \\ &= 10\log\left(\frac{t^2}{(t+\Delta t)^2}\right) = 20\log\left(\frac{t}{t+\Delta t}\right) \\ &= -1{,}9\ \mathrm{dB}\,. \end{aligned}$$

   [2 t.]

2. *Podatki:* $r = 1{,}5$ m, $a_\mathrm{b} = 0{,}8$, $a_\mathrm{č} = 0{,}4$, $a_\mathrm{IR} = 0{,}05$, $j_s = 1{,}0\,\mathrm{kW/m^2}$, $T_0 = 25\,^\circ\mathrm{C}$, $\Lambda = 6{,}0\,\mathrm{W/Km^2}$.

   a) Sončna svetloba pada pravokotno na vodoravni presek polkrogle s ploščino πr^2. Avtomobil prejema energijski tok (moč) $P = (1-a)\pi r^2$ in sicer

$$P_\mathrm{beli} = (1-a_\mathrm{b})\pi r^2 j_s = 1410\,\mathrm{W}\,, \qquad P_\mathrm{črni} = (1-a)\pi r^2 j_s = 4240\,\mathrm{W}\,.$$

   [2 t.]

   b) Avtomobil se ohlaja s sevanje; oddana moč je enaka $P_\mathrm{odd} = (1-a_\mathrm{IR})S\sigma T^4$, pri čemer je T temperatura, na katero se segreje avtomobil, S površina polkrogle, $S = 2\pi r^2$, in σ Stefanova konstanta. Poleg energijskega toka s Sonca prejema avtomobil tudi energijski tok iz okolice, ki seva v IR območju pri temperaturi T_0, $P_\mathrm{okolica} = (1-a_\mathrm{IR})S\sigma T_0^4$. V ravnovesju je prejeti tok enak oddanemu:

$$(1-a)\pi r^2 j_s + (1-a_\mathrm{IR})2\pi r^2\sigma T_0^4 = (1-a_\mathrm{IR})2\pi r^2\sigma T^4\,,$$

   pri čemer za a vstavimo a_b ali $a_\mathrm{č}$. Dobimo

$$T = \sqrt[4]{\frac{(1-a)j_s}{2(1-a_\mathrm{IR})\sigma} + T_0^4}$$

   in

$$T_\mathrm{beli} = 314\,\mathrm{K} = 41\,^\circ\mathrm{C}\,, \qquad T_\mathrm{črni} = 341\,\mathrm{K} = 68\,^\circ\mathrm{C}\,.$$

   [4 t.]

   c) V tem (realističnem) primeru avtomobil oddaja energijo tudi s konvekcijo in velja:

$$(1-a)\pi r^2 j_s + (1-a_\mathrm{IR})2\pi r^2\sigma T_0^4 = (1-a_\mathrm{IR})2\pi r^2\sigma T^4 + \Lambda 2\pi r^2(T-T_0)\,.$$

   Enačbo rešimo, tako da četrto potenco temperature lineariziramo:

$$\begin{aligned} T^4 &= (T_0 + (T-T_0))^4 = T_0^4\left(1 + \left(\frac{T-T_0}{T_0}\right)\right)^4 \\ &\approx T_0^4\left(1 + 4\left(\frac{T-T_0}{T_0}\right)\right) = T_0^4 + 4T_0^3(T-T_0)\,. \end{aligned}$$

   Po preureditvi dobimo

$$(1-a)j_s = 2(1-a_\mathrm{IR})\,4\sigma T_0^3(T-T_0) + 2\Lambda(T-T_0)$$

   in od tod

$$T = T_0 + \frac{(1-a)j_s}{8(1-a_\mathrm{IR})\sigma T_0^3 + 2\Lambda}\,.$$

   Ravnovesni temperatur sta v tem primeru

$$T_\mathrm{beli} = 307\,\mathrm{K} = 34\,^\circ\mathrm{C}\,, \qquad T_\mathrm{črni} = 324\,\mathrm{K} = 51\,^\circ\mathrm{C}\,.$$

   [4 t.]

3. *Podatki:* $h = 20$ cm, $l = 10$ cm, $\alpha = 45°$, $m = 1{,}0$ mg, $e = 1{,}0 \cdot 10^{-11}$ As.

a) Na kapljico deluje električna sila $F = eU/l$ pod kotom 45° glede na vodoravnico v smeri navzgor, navpično navzdol pa teža $F_g = mg$. V navpični smeri se kapljica giblje navzdol s pospeškom

$$a_y = g - \frac{eU}{ml}\cos\alpha = g - \frac{eU}{ml\sqrt{2}}\,,$$

v vodoravni smeri pa s pospeškom

$$a_x = \frac{eU}{ml}\sin\alpha = \frac{eU}{ml\sqrt{2}}$$

v levo (glej sliko pri besedilu naloge). Če izhodišče koordinatnega sistema postavimo v točko, v kateri je kapljica na začetku, in os x usmerimo v levo, os y pa navzdol, velja za lego kapljice po času t

$$x = \tfrac{1}{2}a_x t^2 = \frac{1}{2}\,\frac{eU}{ml\sqrt{2}}\,t^2\,, \qquad y = \tfrac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2}\left(g - \frac{eU}{ml\sqrt{2}}\right)t^2\,.$$

Drugo enačbo delimo s prvo in dobimo

$$\frac{y}{x} = \frac{a_y}{a_x}\,, \quad \text{oziroma} \quad y = k\,x\,, \quad k = \frac{a_y}{a_x}\,,$$

kar pomeni, da je tir kapljice premica. Kapljica bo v mejnem primeru zapustila kondenzator v točki, ki leži na levem robu spodnje plošče kondenzatorja. Koordinati te točke sta

$$x_0 = h\cos\alpha - l\sin\alpha = \frac{h-l}{\sqrt{2}}\,, \qquad y_0 = h\sin\alpha + l\cos\alpha = \frac{h+l}{\sqrt{2}}\,.$$

Velja

$$\frac{y_0}{x_0} = \frac{a_y}{a_x}\,,$$

oziroma

$$\frac{h+l}{h-l} = \frac{g - \dfrac{eU}{ml\sqrt{2}}}{\dfrac{eU}{ml\sqrt{2}}}\,.$$

Za podane vrednosti h in l je razmerje ravno 3 in dobimo

$$4\frac{eU}{ml\sqrt{2}} = g\,, \qquad U = \frac{mgl\sqrt{2}}{4e} = 3{,}46\ \text{kV}\,.$$

[5 t.]

b) Pri dvakrat večji napetosti $U' = 2U$ sledi iz predzadnje enačbe pri a):

$$\frac{eU'}{ml\sqrt{2}} = 2\frac{eU}{ml\sqrt{2}} = \tfrac{1}{2}g$$

in enačb za pospeške

$$a_y = g - \frac{eU'}{ml\sqrt{2}} = \tfrac{1}{2}g\,, \qquad a_x = \frac{eU'}{ml\sqrt{2}} = \tfrac{1}{2}g\,.$$

Lego kapljice lahko sedaj zapišemo

$$x = \tfrac{1}{2}a_x t^2 = \frac{1}{4}gt^2\,, \qquad y = v_0 t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 = v_0 t + \frac{1}{4}gt^2 = v_0 t + x\,.$$

Čas potovanja do točke (x_0, y_0) dobimo iz enačbe za x:

$$t = \sqrt{\frac{4x_0}{g}} = \sqrt{\frac{4(h-l)}{\sqrt{2}g}} = 0{,}17\ \mathrm{s}\,.$$

Iskana hitrost je enaka

$$v_0 = \frac{y_0 - x_0}{t} = \sqrt{\frac{gl^2}{(h-l)\sqrt{2}}} = 0{,}83\ \mathrm{m/s}\,.$$

[4 t.]

Preveriti moramo, če se kapljica ni še pred tem dotaknila pozitivne plošče kondenzatorja. Poglejmo, kako se naklon tira spreminja s časom:

$$\tan\vartheta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{a_y}{a_x} + \frac{v_0}{a_x t} = 1 + \frac{v_0}{a_x t}\,.$$

Naklon tira je ves čas večji od 45°, torej se tir približuje končni točki z notranje strani kondenzatorja.

[1 t.]