

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

42. DRŽAVNO TEKMOVANJE ZA ZLATO VEGOVO PRIZNANJE

22. april 2006

8. razred

Na mizi imaš prijavni list, nalepko s šifro, tekmovalno polo formata A3 in pritožni list. Nalepko nalepi na prvo stran tekmovalne pole, prijavni list in pritožni list pa sta že opremljena s šifro. List z nalogami, prijavni list in pritožni list po tekmovanju odnesi s seboj. V primeru ugovora na vrednotenje izdelka **uporabi pritožni list**. Na prijavnem listu imaš uporabniško ime in geslo, ki ti omogočata, da takoj, ko bo tekmovalna komisija dosežke vnesla v strežnik, svoj dosežek najdeš na naslovu <http://www.dmfa.si>, povezava Rezultati tekmovalj ali preko mobilnega telefona, ki omogoča WAP, na naslovu <http://wap.dmfa.si>

Čas za reševanje je 120 minut.

Naloge rešuj na tekmovalni poli, priloženi list naj bo le v pomoč tvojemu razmišljanju. Pot do rezultata mora biti jasno in korektno predstavljena. Piši s črnilom berljivo in pregledno.

DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA.

1. naloga

Pri oblaganju tal s ploščicami ugotovimo, da bi potrebovali 144 kvadratnih ploščic. Po premisleku ista tla obložimo s kvadratnimi ploščicami, ki imajo za 20 % daljši rob kot prvotne ploščice.

Koliko ploščic manj potrebujemo?

2. naloga

Gospa Novak je odšla v trgovino, v denarnici pa je imela le bone po 1500 SIT in po 2000 SIT. V papirnici je porabila petino vrednosti bonov, ki jih je imela v denarnici, in račun poravnala z dvema bonoma. Za nakup živil je nato porabila še polovico preostalih sredstev, za kar je odštela natanko tri bone.

Kolikšno vrednost bonov je imela gospa Novak, ko je odšla nakupovat?

3. naloga

Izračunaj vrednost neznanke x . Rešitev zapiši z okrajšanim ulomkom.

$$\frac{\sqrt{8}}{x} = (\sqrt{288} - \sqrt{98}) \cdot \left(\sqrt{0,02} + \sqrt{4\frac{1}{2}} \right)$$

4. naloga

V enakokrakem trapezu $ABCD$ s krakom $|AD| = d$ je osnovnica AB dvakrat daljša od osnovnice CD . Notranji kot ob oglišču B meri 75° . Točka S razpolavlja osnovnico AB , točka N pa leži na kraku AD , tako da je kot $\sphericalangle ANS$ pravi.

- Izračunaj velikosti kotov $\sphericalangle CSB$, $\sphericalangle ADS$, $\sphericalangle SAD$ in $\sphericalangle NSD$.
- Z d izrazi ploščino trapeza.

5. naloga

Ugotovi, ali je število $1 + 2^{2006}$ deljivo s 5. Odgovor utemelji.

42. DRŽAVNO TEKMOVANJE ZA ZLATO VEGOVO PRIZNANJE

22. april 2006

9. razred

Na mizi imaš prijavni list, nalepko s šifro, tekmovalno polo formata A3 in pritožni list. Nalepko nalepi na prvo stran tekmovalne pole, prijavni list in pritožni list pa sta že opremljena s šifro. List z nalogami, prijavni list in pritožni list po tekmovanju odnesi s seboj. V primeru ugovora na vrednotenje izdelka **uporabi pritožni list**. Na prijavnem listu imaš uporabniško ime in geslo, ki ti omogočata, da takoj, ko bo tekmovalna komisija dosežke vnesla v strežnik, svoj dosežek najdeš na naslovu <http://www.dmfa.si>, povezava Rezultati tekmovanj ali preko mobilnega telefona, ki omogoča WAP, na naslovu <http://wap.dmfa.si>

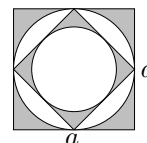
Čas za reševanje je 120 minut.

Naloge rešuj na tekmovalni poli, priloženi list naj bo le v pomoč tvojemu razmišljanju. Pot do rezultata mora biti jasno in korektno predstavljena. Piši s črnilom berljivo in pregledno.

DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA.

1. naloga

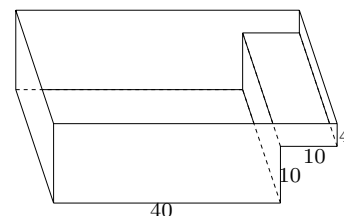
Stranica večjega kvadrata meri a . Z a izrazi ploščino osenčenega območja.



2. naloga

Na sliki je 10 m dolg bazen (sosedni robovi so med seboj pravokotni), ostale mere pa so zapisane v dm. Bazen polnimo z vodo, ki priteka s hitrostjo 200 litrov na minuto.

- V kolikšnem času se bazen napolni?
- Z grafom prikaži višino vode v bazenu v odvisnosti od časa.
- Kdaj bo voda segala 1,1 m visoko, če pipo odpremo ob 7^h zjutraj?



3. naloga

Osnovnici trapeza merita 50 cm in 30 cm. Krajšo osnovnico podaljšamo do točke M tako, da nosilka daljice AM razdeli trapez na dva ploščinsko enaka dela. Za koliko cm smo podaljšali osnovnico?

4. naloga

Anja in Blaž barvata vrtno ograjo, sestavljeno iz enako velikih deščic. Ko preteče nekaj časa, ugotovita, da je skupno število pobarvanih deščic 16.

Anja reče Blažu: "Jaz bi tvoje deščice pobarvala v 18 minutah."

Blaž reče Anji: "Jaz bi tvoje deščice pobarval v 50 minutah."

Koliko deščic je pobarval vsak od njiju?

5. naloga

Gostilničar hrani v sodu 50 litrov vina, ki vsebuje 12,5 % alkohola. Ponoči mu natakark skrivaj odlije nekaj vina in prilije vodo do vrha soda. Postopek ponovi še enkrat. Odlije enako količino kot prej in dolije vodo. Naslednje jutro vsebuje mešanica v sodu samo še 8 % alkohola.

Koliko litrov tekočine je vsakič zamenjal natakark?

- Vsako nalogo ocenimo z od 0 do 10 točk.
- Vse matematično in logično korektne rešitve so enakovredne.
- Rešitve ob korektni uporabi nepravilnega delnega rezultata v naslednjih korakih ovrednotimo kot pravilne.

1. naloga

- Rob ploščice označimo z a ; površina, ki jo hočemo tlakovati meri $144a^2$ 2t
- Rob večje ploščice meri $1,2a$ 1t
- Večja ploščica ima ploščino $1,44a^2$ 2t
- Potrebujemo $\frac{144a^2}{1,44a^2} = 100$ večjih ploščic. 3t
- Odg.: Za tlakovanje je potrebno 44 ploščic manj. 2t

 10t

2. naloga

- V papirnici je ga. Novak dala 2 bona, zato je račun znašal vsaj 3000 SIT. 2t
- Ker je ga. Novak v papirnici dala petino celotne vrednosti, je celotna vrednost bonov znašala vsaj $3000 : \frac{1}{5} = 15000$ SIT. 1t
- Po nakupu v papirnici ji ostane $\frac{4}{5}$ denarja, za živila pa porabi $\frac{2}{5}$ denarja. 2t
- V živilski trgovini je dala 3 bone, zato je račun znašal največ 6000 SIT. 2t
- Ker je ga. Novak v živilski trgovini dala $\frac{2}{5}$ celotne vrednosti, je celotna vrednost bonov znašala največ $6000 : \frac{2}{5} = 15000$ SIT. 1t
- Odg.: Celotna vrednost bonov gospe Novak je znašala natanko 15000 SIT. 2t

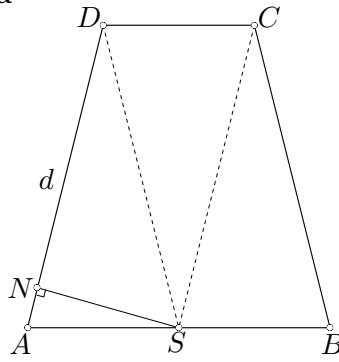
 10t

3. naloga

- $\frac{\sqrt{8}}{x} = (\sqrt{288} - \sqrt{98}) \left(\sqrt{0,02} + \sqrt{\frac{9}{2}} \right)$
- $\frac{\sqrt{8}}{x} = \sqrt{5,76} - \sqrt{1,96} + \sqrt{144 \cdot 9} - \sqrt{49 \cdot 9}$ 2t
- $\frac{\sqrt{8}}{x} = \sqrt{1,44 \cdot 4} - \sqrt{1,96} + \sqrt{144 \cdot 9} - \sqrt{49 \cdot 9}$ 2t
- $\frac{\sqrt{8}}{x} = 1,2 \cdot 2 - 1,4 + 12 \cdot 3 - 7 \cdot 3$ 2t
- $\frac{\sqrt{8}}{x} = 2,4 - 1,4 + 36 - 21$ 1t
- $\frac{\sqrt{8}}{x} = 16$ 1t
- $x = \frac{\sqrt{8}}{16}$ 1t
- $x = \frac{\sqrt{2}}{8}$ 1t

 10t

4. naloga



- Skica z vsemi narisanimi točkami A, B, S, C, D in N
in označenim pravim kotom pri N 1t
- $\sphericalangle CSB = 75^\circ$ 1t
- $\sphericalangle ADS = 30^\circ$ 1t
- $\sphericalangle SAD = 75^\circ$ 1t
- $\sphericalangle NSD = 60^\circ$ 1t
- Ploščina trapeza je trikratnik ploščine
trikotnika $\triangle ASD$ 1t
- $p_{ASD} = \frac{|AD| \cdot |NS|}{2}$ 1t
- $|NS| = \frac{d}{2}$, ker je trikotnik $\triangle SND$
polovica enakostraničnega trikotnika. 2t
- $p_{trapeza} = \frac{3d^2}{4}$ 1t

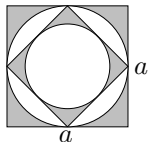
10t

5. naloga

- Število $1 + 2^{2006}$ je liho, zato se mora nujno končati s 5, če naj bo deljivo s 5. 2t
- 2^n se lahko konča z 2, 4, 6 ali 8. 2t
- S 4 se konča, če je $n = 4k + 2$ 3t
- $2006 = 4 \cdot 501 + 2$, 2t
- Odg.: Število $1 + 2^{2006}$ je deljivo s 5. 1t

10t

- Vsako nalogo ocenimo z od 0 do 10 točk.
- Vse matematično in logično korektne rešitve so enakovredne.
- Rešitve ob korektni uporabi nepravilnega delnega rezultata v naslednjih korakih ovrednotimo kot pravilne.

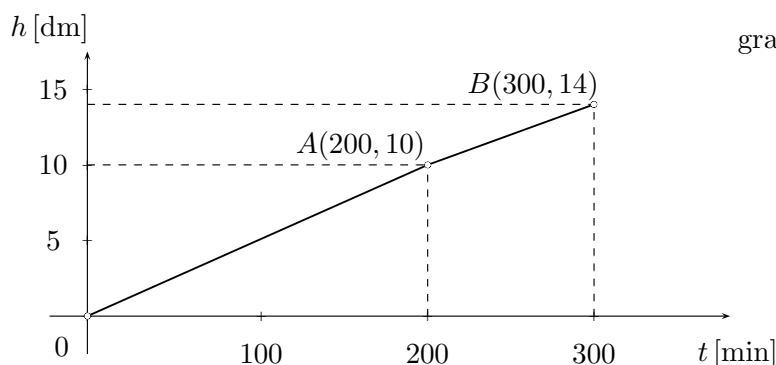
1. naloga


- Ploščino izračunamo tako, da od vsote ploščin kvadratov odštejemo ploščini krogov. 1t
- Ploščina večjega kvadrata je a^2 1t
- Ploščina večjega kroga je $\frac{\pi a^2}{4}$ 2t
- Ploščina manjšega kvadrata je $\frac{a^2}{2}$ 2t
- Ploščina manjšega kroga je $\frac{\pi a^2}{8}$ 2t
- Ploščina osenčenega območja je $\frac{3a^2}{8}(4 - \pi)$ ($\doteq 0,32a^2$). 2t

10t

2. naloga

- a) Del bazena do prve stopnice ima prostornino 40000 litrov. 1t
 zgornji del pa 20000 litrov. 1t
 Skupna prostornina bazena je 60000 litrov, napolni se v 300 minutah ali 5 urah. 2t
- b) $\left. \begin{array}{l} \Delta h_1 = \frac{10 \text{ dm}}{200 \text{ min}} \\ \Delta h_2 = \frac{4 \text{ dm}}{100 \text{ min}} \end{array} \right\}$ 1t

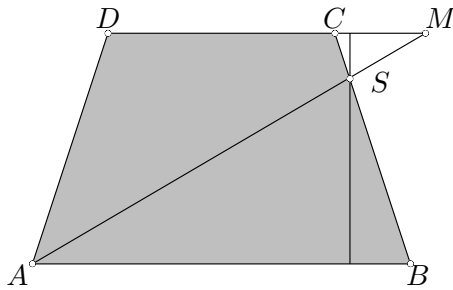


graf 2t

- c) Če hočemo doseči višino 1,1 m, moramo napolniti spodnji in še četrtno zgornjega dela bazena. 1t
 Za spodnji del porabimo 200 minut, za četrtno zgornjega pa 25 minut. 1t
 Če odpremo pipo ob 7.00, bo višina 1,1 m dosežena ob 10.45. 1t

10t

3. naloga



- Skica z vsemi vrisanimi oglišči, točko M in daljico AM 1t
- Ploščina trapeza meri $40v$ (v je njegova višina). 2t
- Ploščina trikotnika $\triangle ABS$ je potem $20v$ 1t
- Višina trikotnika $\triangle ABS$ zato meri $\frac{4}{5}v$ 2t
- $\triangle ABS \sim \triangle MCS$ 1t
- $\frac{a}{|CM|} = \frac{4}{1}$ 1t
- $|CM| = 12,5$ cm 1t
- Odg.: Osnovnico smo podaljšali za 12,5 cm 1t

10t

4. naloga

- Anja pobarva x deščic, Blaž pa $16 - x$.
Čas, ki ga za barvanje ene deščice porabi Anja, je $\frac{18}{(16-x)}$ minut 2t
Čas, ki ga za barvanje ene deščice porabi Blaž, je $\frac{50}{x}$ minut 2t
- Zapis enačbe: $\frac{18x}{16-x} = \frac{50(16-x)}{x}$ 2t
Ureditev enačbe v: $x^2 - 50x + 400 = 0$ 1t
Razcep $(x - 40)(x - 10)$ 1t
Rešitvi $x = 40$ ali $x = 10$ deščic. 1t
- Izločitev neustrezne rešitve in odgovor: Anja je pobarvala 10 deščic, Blaž pa 6 deščic. 1t

10t

5. naloga

- Na koncu morajo biti v sodu še 4 litri alkohola. 1t
- Koncentracija alkohola v sodu, ko je natakar prvič odlil x l vina in dolil vodo, znaša $\frac{(50-x)}{50}$, 2t
koncentracija alkohola, preden je drugič dolil vodo pa $\frac{4}{50-x}$ 2t
- Izenačitev obeh koncentracij: $\frac{(50-x)}{50} = \frac{4}{50-x}$ 1t
- Preureditev enačbe v: $(50 - x)^2 = 1600$ 2t
- Edina smiselna rešitev $x = 10$ litrov. 1t
- Odg.: Natakar je vsakič zamenjal $x = 10$ litrov tekočine. 1t

10t