**Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

# Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

dMFA

# 53. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

**Državno tekmovanje, 22. april 2017**

Prilepi nalepko s šifro

## Naloge za 5. razred

*Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo, desno tabelo pusti prazno.*

| A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

| B1 | B2 |
|---|---|
| | |

**A1.** Kateri izraz ustreza besedilu »Zmnožku števil $567$ in $12$ prištej razliko količnikov števil $81$ in $3$ ter $56$ in $7$.«?

(**A**) $567 \cdot 12 + 81 : 3 - 56 : 7$ (**B**) $567 \cdot 12 + (81 - 3) : (56 - 7)$
(**C**) $567 : 12 + 81 \cdot 3 - 56 \cdot 7$ (**D**) $567 : 12 + (81 - 3) \cdot (56 - 7)$
(**E**) $567 \cdot 12 + 81 - 3 : 56 - 7$

**A2.** Zmanjševanec je štirikrat tolikšen kot odštevanec, njuna razlika pa je enaka tretjini števila $6318$. Kolikšen je odštevanec?

(**A**) $78$ (**B**) $702$ (**C**) $2106$ (**D**) $2808$ (**E**) $3159$

**A3.** Sara in Nina sta izmerili dolžino sobe s koraki. Sara je naredila 15 korakov, Nina pa 12. Koliko je dolg Sarin korak, če je Ninin dolg $3$ dm $5$ cm?

(**A**) $28$ cm (**B**) $2$ dm $8$ mm (**C**) $8$ dm (**D**) $8$ cm (**E**) $12$ cm

**A4.** Kolikšna je vrednost izraza $(2017 - (3 \cdot 7 - 2)) : (6^2 - 9 \cdot 4 : 12 : 3 - 17)$?

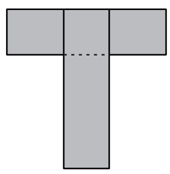
(**A**) $110$ (**B**) $111$ (**C**) $112$ (**D**) $113$ (**E**) $114$

**A5.** Trimestno število imenujemo 'uravnoteženo', če je njegova prva števka enaka vsoti druge in tretje števke (npr. $431$ je 'uravnoteženo število', ker velja $4 = 3 + 1$). Kolikšna je razlika med največjim in najmanjšim trimestnim 'uravnoteženim številom'?

(**A**) $835$ (**B**) $844$ (**C**) $853$ (**D**) $889$ (**E**) $899$

**A6.** Dvajset ptic počiva na električnih žicah. Najprej prileti še ena in ena odleti. Ko prileti naslednja, odletita dve. Ko zopet prileti ena, odletijo tri. Vsakič, ko ena prileti, odleti ena več kot prej. Koliko jih na koncu počiva na električnih žicah, če je vsega skupaj priletelo $5$ ptic?

(**A**) $10$ (**B**) $15$ (**C**) $20$ (**D**) $25$
(**E**) ni mogoče določiti



**A7.** Črko T sestavimo iz dveh skladnih pravokotnikov s širino $2$ cm in dolžino $7$ cm, kot kaže slika. Kolikšen je obseg nastale črke T?

(**A**) $20$ cm (**B**) $24$ cm (**C**) $28$ cm (**D**) $32$ cm (**E**) $36$ cm

**A8.** Večje jabolko in utež za $30$ g tehtata enako kot manjše jabolko in utež za $40$ g. Večje jabolko in manjše jabolko skupaj tehtata $200$ g. Koliko gramov tehta manjše jabolko?

(**A**) $70$ g (**B**) $95$ g (**C**) $105$ g (**D**) $130$ g (**E**) $190$ g

**B1.** Deset palic s skupno dolžino $445$ cm položimo eno za drugo. Vsaka naslednja palica v vrsti je za $5$ cm daljša od predhodne palice.

(a) Koliko je dolga najkrajša palica?

(b) Koliko je dolga najdaljša palica?

(c) Koliko palic izmed teh desetih lahko razžagamo na tri enako dolge kose tako, da je vsak izmed treh kosov dolg celo število centimetrov?

*(6 točk)*

**B2.** Kvadrat razdelimo na dva pravokotnika. Vsota obsegov obeh pravokotnikov je za $210$ cm večja od obsega kvadrata. Ploščina večjega pravokotnika (ki ni kvadrat) je štirikrat tolikšna kot ploščina manjšega pravokotnika.

(a) Koliko je dolga stranica kvadrata?

(b) Kolikšen je obseg manjšega pravokotnika?

(c) Kolikšna je ploščina manjšega pravokotnika?

*(6 točk)*

# 53. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

## Državno tekmovanje, 22. april 2017

Prilepi nalepko s šifro

## Naloge za 6. razred

*Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo, desno tabelo pusti prazno.*

| A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

| B1 | B2 |
|---|---|
| | |

**A1.** Katero izmed števil $2.017$, $2.\overline{017}$, $2.0\overline{17}$ in $2.01\overline{7}$ je največje?

(**A**) $2.\overline{017}$ (**B**) $2.0\overline{17}$ (**C**) $2.01\overline{7}$ (**D**) $2.017$
(**E**) vsa so enako velika

**A2.** Janezova torba tehta $6$ kg, Majina pa $\frac{3}{10}$ kg manj kot Janezova. Anina torba tehta le $\frac{3}{4}$ toliko kot Janezova, Metina pa za tretjino manj kot Majina. Koliko tehtajo vse torbe skupaj?

(**A**) $10.7$ kg (**B**) $11$ kg $45$ dag (**C**) $15$ kg (**D**) $18$ kg (**E**) $20$ kg

**A3.** Pravokotnik, dolg $8$ cm in širok $12$ cm, razdelimo na kvadratke ($1$ cm $\times 1$ cm). Nato pobarvamo vse kvadratke ob stranicah pravokotnika. Kolikšen del pravokotnika ostane nepobarvan?

(**A**) $\frac{3}{8}$ (**B**) $\frac{1}{2}$ (**C**) $\frac{5}{8}$ (**D**) $\frac{3}{4}$ (**E**) $\frac{7}{8}$

**A4.** Nogometno moštvo za zmago prejme $3$ točke, za neodločen izid $1$ točko in za poraz $0$ točk. Neko moštvo ima po $30$ odigranih tekmah $46$ točk. Največ koliko tekem je izgubilo?

(**A**) $10$ (**B**) $11$ (**C**) $12$ (**D**) $13$ (**E**) $14$

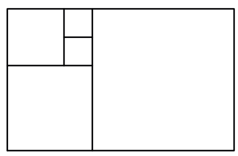
**A5.** Z lihimi števili od $99$ do $11$ sestavimo številski izraz $99 - 97 + 95 - 93 + \ldots + 15 - 13 + 11$. Kolikšna je njegova vrednost?

(**A**) $59$ (**B**) $55$ (**C**) $51$ (**D**) $47$ (**E**) $45$

**A6.** V univerzalni množici $\mathcal{U}$ so elementi $1$, $2$, $3$, $4$ in $5$. V množici $\mathcal{A}$ ali množici $\mathcal{B}$ so elementi $1$, $2$, $3$ in $4$. Elementov $1$ in $3$ ni v množici $\mathcal{B}$. Število $4$ je v množici $\mathcal{A}$ in množici $\mathcal{B}$. Velja pa še, da je število $2$ le v množici $\mathcal{B}$ (ne pa v $\mathcal{A}$). Kateri zapis določa množico $\mathcal{A}$?

(**A**) $\mathcal{A} = \{\}$ (**B**) $\mathcal{A} = \{1, 3\}$ (**C**) $\mathcal{A} = \{1, 3, 4\}$ (**D**) $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, 4\}$ (**E**) $\mathcal{A} = \{1, 3, 4, 5\}$

**A7.** Pravokotnik je sestavljen iz $5$ kvadratov (glej sliko). Ploščina najmanjšega kvadrata je $16$ cm$^2$. Kolikšen je obseg pravokotnika?



(**A**) $68$ cm (**B**) $80$ cm (**C**) $104$ cm (**D**) $128$ cm
(**E**) ni možno izračunati

**A8.** Leonardo da Vinci se je rodil leta MCDLII in umrl leta MDXIX. Nikolaj Kopernik pa se je rodil leta MCDLXXIII in umrl leta MDXLIII. Kolikšna je vsota starosti, ki sta ju dopolnila, če sta oba imela rojstni dan v letu smrti, preden sta umrla?

(**A**) $132$ let (**B**) $133$ let (**C**) $135$ let (**D**) $137$ let (**E**) $141$ let

**B1.** Izračunaj vrednost izraza $\Big((0.9 \cdot 3 + (1.7 + 0.4) : 7 \cdot 4) : 1.3 + 2^3 - 1\Big) : \Big((1.26 - 1.21) \cdot 0.16 : 8\Big)$.

*(6 točk)*

**B2.** Peter prehodi $2$ km v $25$ minutah. Janez prehodi $1200$ m v $18$ minutah. Razdalja med njunima domovoma je $1600$ m. Ob 7.20 in 15 sekund se je Janez v svojem tempu odpravil od svojega doma do Petrovega doma. V Petrovem tempu sta nato skupaj nadaljevala pot do šole, ki je od Petrovega doma oddaljena $1.5$ km.

(a) Koliko časa je Janez hodil od svojega doma do šole?

(b) Koliko je bila ura, ko sta prispela do šole?

*(6 točk)*

# 53. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

**Državno tekmovanje, 22. april 2017**

Prilepi nalepko s šifro

## Naloge za 7. razred

*Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo, desno tabelo pusti prazno.*

| A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 | A9 | A10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

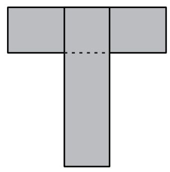
| B1 | B2 |
|---|---|
| | |

**A1.** Zmanjševanec je štirikrat tolikšen kot odštevanec, njuna razlika pa je enaka tretjini števila $6318$. Kolikšen je odštevanec?

(**A**) $78$ (**B**) $702$ (**C**) $2106$ (**D**) $2808$ (**E**) $3159$

**A2.** Kolikšna je vrednost izraza $\frac{0.001 : 0.1^2}{0.1 \cdot 0.01^2}$?

(**A**) $10^2$ (**B**) $10$ (**C**) $10^4$ (**D**) $0.1$ (**E**) $10^3$



**A3.** Črko T sestavimo iz dveh skladnih pravokotnikov s širino $2$ cm in dolžino $7$ cm, kot kaže slika. Kolikšen je obseg nastale črke T?

(**A**) $20$ cm (**B**) $24$ cm (**C**) $28$ cm (**D**) $32$ cm (**E**) $36$ cm

**A4.** Tla skladiščne hale pravokotne oblike so dolga $9.75$ m in široka $7.15$ m. Želimo jih tlakovati s čim večjimi enako velikimi kvadratnimi ploščami tako, da plošč ne bi rezali. Koliko plošč potrebujemo?

(**A**) $65$ (**B**) $75$ (**C**) $155$ (**D**) $165$

(**E**) ni možno brez rezanja

**A5.** Enakostranični trikotnik $ABC$ petkrat zapored zasučemo v pozitivni smeri okoli višinske točke $V$. Prvi zasuk je za $120°$, drugi zasuk za $240°$, tretji zasuk za $360°$, četrti zasuk za $240°$, peti zasuk pa za $120°$. V katero točko se preslika oglišče $A$?

(**A**) v oglišče $A$ (**B**) v oglišče $B$ (**C**) v oglišče $C$

(**D**) v točko $V$ (**E**) v nobeno izmed naštetih

**A6.** Anže, Bor in Cene imajo $3$ enake kozarce, napolnjene z vodo. Vsak vzame $1$ kozarec in napravi $3$ požirke. Anže v vsakem požirku popije $20$ % trenutne vsebine. Bor v prvem požirku popije $10$ %, nato $20$ % in nazadnje $30$ % trenutne vsebine. Cene najprej popije $30$ %, v drugem požirku $20$ % in v tretjem $10$ % trenutne vsebine. Katera izmed navedenih trditev je pravilna?

(**A**) Anže je popil več vode kot Bor. (**B**) Bor je popil več vode kot Cene.

(**C**) Cene je popil več vode kot Bor. (**D**) Bor je popil enako vode kot Cene.

(**E**) Vsi so popili enako količino vode.

**A7.** Lojze in Miha danes praznujeta rojstni dan. Lojze je star $61$ let, Miha pa $59$ let. Njuni starosti v letih sta praštevili. Kolikokrat v njunem dosedanjem življenju se je zgodilo, da sta bili njuni starosti v letih hkrati praštevili?

(**A**) $6$ (**B**) $7$ (**C**) $8$ (**D**) $9$ (**E**) $10$

**A8.** Vaza tehta $600$ g, če je do tretjine napolnjena z vodo. Če je z vodo napolnjena do dveh tretjin, tehta $800$ g. Koliko tehta prazna vaza?

(**A**) $100$ g (**B**) $200$ g (**C**) $300$ g (**D**) $400$ g (**E**) $500$ g

**A9.** Za naravni števili $a$ in $b$ velja $\frac{a}{3} < \frac{4}{5} < \frac{b}{6} < \frac{9}{10}$. Kolikšna je največja možna vrednost vsote $a + b$?

(**A**) $7$ (**B**) $10$ (**C**) $12$ (**D**) $13$ (**E**) $14$

**A10.** Koliko petmestnih števil lahko zapišemo s števkami $1$, $2$, $2$, $2$ in $3$, če za zapis posameznega števila uporabimo vse te števke?

(**A**) $10$ (**B**) $12$ (**C**) $15$ (**D**) $18$ (**E**) $20$

**B1.** Miha je izpolnil tabelo poštevanke, v kateri so bila v prvi vrstici in prvem stolpcu vsa naravna števila od $1$ do $21$. Koliko števil izmed vpisanih $441$ zmnožkov:

(a) je lihih

(b) je deljivih z $9$?

*(6 točk)*

**B2.** Daljica $AB$ je osnovnica enakokrakega trikotnika $ABC$. Simetrala kota z vrhom v oglišču $B$ in simetrala stranice $BC$ se sekata v točki $D$, ki leži na stranici $AC$. Izračunaj velikost kota $BDC$. *(6 točk)*

# 53. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
**Državno tekmovanje, 22. april 2017**

Prilepi nalepko s šifro

## Naloge za 8. razred

*Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo, desno tabelo pusti prazno.*

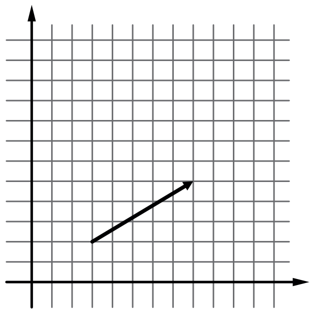
| A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

| B1 | B2 | B3 |
|---|---|---|
| | | |

**A1.** Katero število je predstavljeno na številski premici s točko, ki leži natanko na sredini med točkama, ki ju predstavljata števili $-15.10$ in $-15.9$?

**(A)** $-15.15$ **(B)** $-15.25$ **(C)** $-15.5$ **(D)** $-15.65$ **(E)** $-15.95$

**A2.** Žaba začne skakati iz točke $(3, 2)$ v koordinatni mreži, ker želi ujeti metulja. Metulja ujame po $7$ enakih skokih. Puščica ponazarja dolžino in smer skoka (glej sliko). Katere so koordinate točke, v kateri žaba ujame metulja?



**(A)** $(38, 21)$ **(B)** $(42, 23)$ **(C)** $(40, 21)$
**(D)** $(38, 23)$ **(E)** $(40, 23)$

**A3.** Koliko mest ima najmanjše naravno število, deljivo s $45$, ki ga sestavljajo same enake števke?

**(A)** 3 **(B)** 4 **(C)** 6 **(D)** 9 **(E)** 12

**A4.** Koliko je tretjina vrednosti izraza $(\sqrt{63} + \sqrt{112}) \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{28})$?

**(A)** $3$ **(B)** $\sqrt{7}$ **(C)** $7$ **(D)** $7^2$ **(E)** $3 \cdot \sqrt{7}$

**A5.** Koliko celih števil zadošča neenačbama $|x + 2| \geq 2$ in $|x| < 2$?

**(A)** $1$ **(B)** $2$ **(C)** $3$ **(D)** $4$ **(E)** nobeno

**A6.** Kolikšna je vrednost ulomka $\dfrac{11^{1002} \cdot 7^{1002} - 7^{1000} \cdot 11^{1000}}{49 \cdot 77^{1000} - 49 \cdot 77^{998}}$?

**(A)** $7$ **(B)** $11$ **(C)** $49$ **(D)** $77$ **(E)** $121$

**A7.** Zunanji kot pravilnega večkotnika je enak $\frac{1}{8}$ notranjega kota. Koliko diagonal ima ta večkotnik?

**(A)** $80$ **(B)** $104$ **(C)** $125$ **(D)** $130$ **(E)** $135$

**A8.** Na Golem brdu že od pomladi nimajo več snega. Nekega zimskega ponedeljka je začelo snežiti ob $1.15$. Snežilo je po naslednjem vzorcu: $60$ minut je padal sneg, nato $60$ minut ni snežilo, naslednjih $60$ minut je padal sneg, pa spet $60$ minut ni snežilo in tako naprej še dva dni. V uri, ko je snežilo, je zapadlo $0.8$ dm snega, med vsakim premorom pa je veter odpihnil $\frac{1}{4}$ cm snega. Kdaj je bila debelina snežne odeje prvič enaka $85.5$ cm?

**(A)** v ponedeljek ob $12.15$ **(B)** v ponedeljek ob $21.15$ **(C)** v ponedeljek ob $22.15$
**(D)** v ponedeljek ob $23.15$ **(E)** v torek ob $0.15$

**B1.** Izračunaj

$$\left(-\frac{9}{32}\cdot(-1^6-1^5)^3-\left(1\frac{1}{2}\right)^2\right)^3-\frac{5}{97}\cdot\left(\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}+3\cdot(-2.1+0.11)\right)$$

in rezultat zapiši z okrajšanim ulomkom. *(6 točk)*

**B2.** Stranica $AB$ paralelograma $ABCD$ je daljša od stranice $BC$, kot $\sphericalangle DCB$ je velik $33^{\circ}$, velja pa še $|AD| = |BD|$. Točka $E$ leži na daljici $AB$ in točka $F$ na daljici $CD$ tako, da je štirikotnik $EBFD$ paralelogram, v katerem je kot $\sphericalangle BED$ velik $58^{\circ}$. Izračunaj velikost kota $FBD$. Nariši skico. *(6 točk)*

**B3.** Kmet ima tri sode s skupno prostornino manj kot $50$ litrov, prostornina vsakega je celo število litrov. Če prvi sod do vrha napolni s sokom in vsebino prelije v drugega, sok zavzema $\frac{2}{3}$ njegove prostornine. Če isto količino soka prelije v tretji sod, sok zavzema $75\ \%$ njegove prostornine. Kolikšna je prostornina prvega, drugega in tretjega soda? *(6 točk)* dMFA

# 53. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

**Državno tekmovanje, 22. april 2017**

Prilepi nalepko s šifro

## Naloge za 9. razred

*Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo, desno tabelo pusti prazno.*

| A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

| B1 | B2 | B3 |
|---|---|---|
| | | |

**A1.** Kolikšna je vrednost izraza $\frac{2017^2-2015^2}{8^2-1}$?

(**A**) 2 (**B**) $2^3$ (**C**) $2^7$ (**D**) $\frac{4}{63}$ (**E**) $2^5$

**A2.** Na teniškem turnirju po klasičnem sistemu igra 64 igralcev, zmagovalec dvoboja napreduje v naslednji krog, poraženec pa izpade. Enako je v vseh naslednjih krogih do finala. Koliko je bilo vseh odigranih dvobojev na turnirju, če ni noben dvoboj odpadel?

(**A**) 8 (**B**) 31 (**C**) 32 (**D**) 63 (**E**) 64

**A3.** Jure je februarja dobil za 15 % višji račun za telefon kot januarja. V obeh mesecih skupaj je tako plačal 22.36 €. Koliko je znašal račun za telefon februarja?

(**A**) 17.36 € (**B**) 12.36 € (**C**) 11.96 € (**D**) 11.18 € (**E**) 10.40 €

**A4.** Kateri je najvišji eksponent potence z osnovo 1024, ki deli $2^{2017}$?

(**A**) 1 (**B**) 7 (**C**) 10 (**D**) 201 (**E**) 2017

**A5.** Krožni lok s polmerom 6 cm, ki pripada središčnemu kotu $150°$, zvijemo v krožnico. Kolikšen je polmer novonastale krožnice?

(**A**) 1.25 cm (**B**) 2.5 cm (**C**) 3 cm (**D**) 5 cm (**E**) 6 cm

**A6.** Ljudje na Sodem otoku ne uporabljajo lihih števk, zato števila po vrsti zapisujejo: 2, 4, 6, 8, 20, 22 ... Naključni prebivalec otoka je prebral petdeseto število s tega seznama po velikosti urejenih števil. Katero število je to?

(**A**) 422 (**B**) 420 (**C**) 402 (**D**) 400 (**E**) 288

**A7.** Širina kvadra je za 4 cm krajša od njegove dolžine, njegova višina pa je za 3 cm krajša od njegove širine. Razmerje med širino in višino kvadra je 7 : 6. Kolikšna je prostornina kvadra?

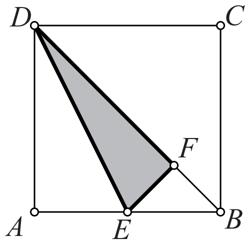
(**A**) 8.75 dm$^3$ (**B**) 9.25 dm$^3$ (**C**) 9.45 dm$^3$ (**D**) 10.2 dm$^3$ (**E**) 10.75 dm$^3$

**A8.** Simona ima dve enaki pokriti škatli. V eni je 5 belih kroglic, v drugi pa 2 rumeni, 4 rdeče, 4 modre in 2 zeleni kroglici. Ne da bi gledala, bo Simona naključno segla v eno izmed škatel in iz nje izvlekla eno kroglico. Kolikšna je verjetnost, da bo Simona izvlekla modro kroglico?

(**A**) $\frac{1}{6}$ (**B**) $\frac{4}{17}$ (**C**) $\frac{1}{3}$ (**D**) $\frac{5}{12}$

(**E**) verjetnosti ni mogoče izračunati

**B1.** Točka $E$ je razpolovišče stranice $AB$ kvadrata $ABCD$. Točka $F$ leži na diagonali $BD$ tako, da je daljica $EF$ pravokotna na diagonalo $BD$. Kolikšen del ploščine kvadrata $ABCD$ predstavlja ploščina trikotnika $EFD$? *(6 točk)*



**B2.** Anja je na krožnico narisala nekaj modrih in nekaj rdečih točk. Nato je vse točke povezala med sabo z daljicami: vsaki dve rdeči točki z rdečo daljico, vsaki dve modri pa z modro daljico. Vsako modro točko je z zeleno daljico povezala z vsako rdečo točko. Na koncu je bilo narisanih 15 rdečih daljic, zelenih in modrih pa je bilo skupaj $121$. Koliko modrih točk je narisala Anja? *(6 točk)*

**B3.** Poišči vse pare naravnih števil $x$ in $y$, ki zadoščajo enakosti $(x+4)^2+y^2=(x+y)^2$. *(6 točk)*

# 53. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

## Državno tekmovanje, 22. april 2017

## Rešitve za 5. razred

V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkrožen nepravilen odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu priznajo začetne 4 točke.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | A | B | D | A | C | B |

*Utemeljitve:*

**A1.** Upoštevamo definicije posameznih izrazov ter vrstni red operacij. Besedilu ustreza izraz v odgovoru A.

**A2.** Upoštevamo, da je razlika trikrat večja od odštevanca in enaka $2106$. Torej je odštevanec enak $702$.

**A3.** Razmerje med številoma korakov, ki jih potrebujeta Sara in Nina, je $5 : 4$. Torej je dolžina Sarinega koraka enaka $\frac{4}{5}$ dolžine Nininega koraka, kar je enako $28$ cm.

**A4.** Izračunajmo $(2017 - (3 \cdot 7 - 2)) : (6^2 - 9 \cdot 4 : 12 : 3 - 17) = 111$.

**A5.** Največje »uravnoteženo« število je $990$, najmanjše pa $101$. Njuna razlika je enaka $889$.

**A6.** Priletelo je pet ptic, odletelo pa jih je $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. Na koncu je bilo na žici $20 + 5 - 15 = 10$ ptic.

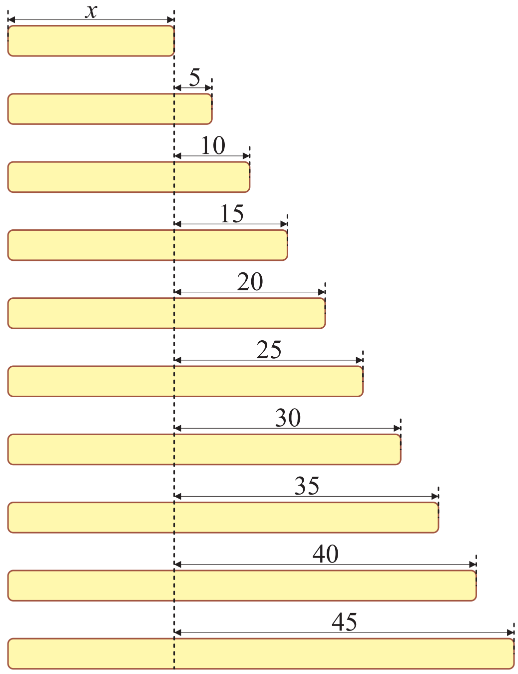
**A7.** Obseg črke T je enak obsegu kvadrata s stranico, katere dolžina je enaka dolžini daljše stranice pravokotnika, to je $7$ cm. Torej je obseg črke enak $28$ cm.

**A8.** Razlika med težama obeh uteži je $10$ g, torej je večje jabolko $10$ g težje od manjšega. Ker skupaj tehtata $200$ g, sta jabolki težki $105$ oziroma $95$ gramov.

**B1.** Označimo z $x$ dolžino prve palice. Vsota dolžin vseh palic je

$$x+(x+5)+(x+10)+\ldots+(x+45)=445 \text{ cm}.$$

Upoštevajmo, da je vsota dolžin $5+10+\ldots+45=225$ cm, torej je dolžina prve palice enaka $(445-225):10=22$ cm. Zato je najdaljša palica dolga $67$ cm. Na tri kose z dolžino, ki je celo število, lahko razžagamo tri palice. Te palice so dolge $27$ cm, $42$ cm in $57$ cm.




**Vsak pravilen odgovor ........................................................ 2 točki**

**B2.** Upoštevamo, da je vsota obsegov pravokotnikov za dve dolžini stranice kvadrata večja od obsega kvadrata. Zato meri stranica kvadrata $105$ cm. Ker je ploščina manjšega pravokotnika enaka $\frac{1}{5}$ ploščine kvadrata, meri krajša stranica pravokotnika $\frac{1}{5}$ stranice kvadrata. Torej meri $21$ cm. Obseg manjšega pravokotnika je zato enak $2\cdot(105+21)=252$ cm. Ploščina manjšega pravokotnika pa je enaka $21\cdot 105=2205 \text{ cm}^2$.

**Vsak pravilen odgovor ........................................................ 2 točki**

## Rešitve za 6. razred

V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkrožen nepravilen odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu priznajo začetne 4 točke.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | E | C | E | B | C | C | D |

*Utemeljitve:*

**A1.** Vsa števila imajo enako števko enic ter enaka prva tri decimalna mesta. Števili $2.017$ in $2.\overline{017}$ imata na četrtem decimalnem mestu števko $0$, število $2.0\overline{17}$ pa števko $1$. Največje število je $2.01\overline{7}$, saj ima na četrtem decimalnem mestu števko $7$.

**A2.** Majina torba tehta $5.7$ kg, Anina $4.5$ kg in Metina $3.8$ kg. Skupaj z Janezovo vse torbe tehtajo $20$ kg.

**A3.** Pravokotnik smo razdelili na $96$ kvadratkov. Nepobarvanih ostane $6 \cdot 10 = 60$ kvadratkov, kar predstavlja $\frac{60}{96} = \frac{5}{8}$ pravokotnika.

**A4.** Največje število zmag ne more biti višje od $15$. Ker je vsaka zmaga po točkah enakovredna trem porazom, je največje število izgubljenih tekem možno v primeru največjega števila zmag. V skladu z navodili to pomeni $15$ zmag, $1$ neodločen izid in $14$ porazov.

**A5.** Od $1$ do $99$ je $25$ parov lihih števil oblike $(1, 3), (5, 7), \ldots, (97, 99)$. Od $13$ do $99$ pa je takih parov $22$. Vsota številskega izraza je zato enaka $22 \cdot 2 + 11 = 55$.

**A6.** Množica $\mathcal{A}$ zagotovo vsebuje števili $1$ in $3$, saj sta obe elementa unije množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$, nista pa elementa množice $\mathcal{B}$. Prav tako vsebuje število $4$, ne vsebuje pa števil $2$ in $5$. Rešitev je odgovor C.

**A7.** Stranica najmanjšega kvadrata meri $4$ cm, zato je stranica kvadrata levo zgoraj dolga $8$ cm. Od tod sledi, da stranica kvadrata levo spodaj meri $12$ cm, stranica desnega kvadrata pa $20$ cm. Dolžina pravokotnika zato meri $32$ cm, širina pa $20$ cm. Njegov obseg pa je enak $104$ cm.

**A8.** Leonardo da Vinci se je rodil leta $1452$, umrl pa leta $1519$, star $67$ let. Nikolaj Kopernik je bil ob smrti star $70$ let, saj se je rodil leta $1473$ in umrl leta $1543$. Vsota njunih starosti je $137$ let.

**B1.** Izračunajmo

$$
\begin{aligned}
&((0.9 \cdot 3+(1.7+0.4): 7 \cdot 4): 1.3+2^{3}-1):((1.26-1.21) \cdot 0.16: 8)= \\
&= \quad((2.7+2.1: 7 \cdot 4): 1.3+8-1):(0.05 \cdot 0.02)= \\
&= \quad((2.7+1.2): 1.3+8-1): 0.001=(3.9: 1.3+8-1): 0.001= \\
&= \quad(3+8-1): 0.001=10: 0.001=10000 .
\end{aligned}
$$

**Izračunana vrednost drugega člena deljenca v prvem oklepaju:** $1.2$ ...... **1 točka**
**Izračunana vrednost prvega člena v prvem oklepaju:** $3$ .................... **1 točka**
**Izračunani vrednosti množencev v drugem oklepaju:** $0.05 \cdot 0.02$ .......... **1 točka**
**Izračunan zmnožek v drugem oklepaju:** $0.001$ ............................. **1 točka**
**Izračunana vrednost izraza v prvem oklepaju:** $10$ ......................... **1 točka**
**Rezultat** ................................................................... **1 točka**

**B2.** Janez prehodi $1600$ m do Petrovega doma v $24$ minutah. Za $1.5$ km od Petrovega doma do šole potrebujeta še $18$ minut in $43$ sekund. Torej je Janez za pot do šole potreboval $42$ minut in $45$ sekund. V šolo sta prišla ob $8.03$ in $0$ sekund.

**Ugotovitev, da Janez prehodi** $1600$ **m v** $24$ **minutah.** ....................... **1 točka**
**Ugotovitev, da za pot od Petrovega doma do šole potrebujeta** $18$ **minut in** $45$ **sekund.** ............................................................. **1 točka**
**Zapisan čas, ki ga porabi Janez za pot do šole.** ............................ **2 točki**
**Zapisana ura, ko prispeta do šole.** ......................................... **2 točki**

**Opomba: Za pravilen odgovor brez utemeljitve tekmovalec prejme 1 točko.**

## Rešitve za 7. razred

V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkrožen nepravilen odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu priznajo začetne 4 točke.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | C | C | D | A | D | B | D | A | E |

*Utemeljitve:*

**A1.** Upoštevamo, da je razlika trikrat večja od odštevanca in enaka $2106$. Torej je odštevanec enak $702$.

**A2.** Izračunajmo $\dfrac{0.001 : 0.1^2}{0.1 \cdot 0.01^2} = \dfrac{0.001}{0.1 \cdot 0.01 \cdot 0.01 \cdot 0.1^2} = \dfrac{1}{0.01 \cdot 0.01} = 10^2 \cdot 10^2 = 10^4$.

**A3.** Obseg črke T je enak obsegu kvadrata s stranico, katere dolžina je enaka dolžini daljše stranice pravokotnika, to je $7$ cm. Torej je obseg črke enak $28$ cm.

**A4.** Dolžino in širino pretvorimo v metre in poiščemo največji skupni delitelj števil $975$ in $715$, ki je enak 65. Stranica ploščice torej meri $6.5$ m. Po dolžini jih potrebujemo $15$, po širini pa $11$, kar pomeni, da je vsega skupaj potrebnih $165$ ploščic.

**A5.** Po drugem zasuku smo zopet na začetku, saj smo trikotnik v prvem in drugem zasuku zavrteli za $360°$. Enako se zgodi po tretjem zasuku. V četrtem in petem zasuku skupaj trikotnik prav tako zavrtimo za $360°$, torej se oglišče $A$ preslika samo vase.

**A6.** Anžetu v kozarcu ostane $\frac{8}{10} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{512}{1000}$ vsebine. Boru ostane $\frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{504}{1000}$ vode in prav tako tudi Cenetu. Pravilen je odgovor D.

**A7.** Zapišimo vseh sedem ustreznih parov: $(5,3), (7,5), (13,11), (19,17), (31,29), (43,41)$ in $(61,59)$.

**A8.** Razlika med $800$ in $600$ predstavlja maso vode v posodi, ko je ta napolnjena do ene tretjine. Torej prazna vaza tehta $400$ g.

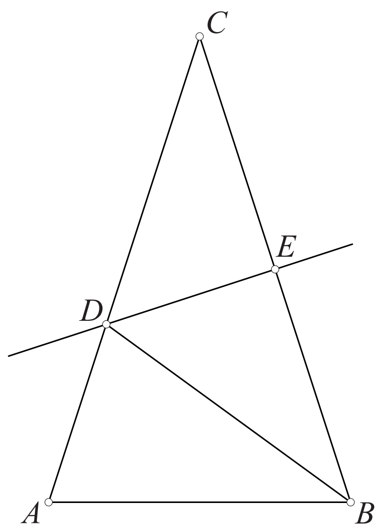
**A9.** Ocenimo obe števili navzgor: $a < \frac{12}{5} = 2.4$ in $b < \frac{54}{10} = 5.4$. Zato velja $a \leq 2$, $b \leq 5$ in njuna vsota je zagotovo največ 7.

**A10.** Naj $a$ in $b$ predstavljata števki 1 ali 3. Zapišimo vseh deset možnih oblik predpisanih petmestnih števil: $222ab$, $a222b$, $ab222$, $22a2b$, $22ab2$, $a22b2$, $2a22b$, $2ab22$, $a2b22$ in $2a2b2$. Torej je vseh takih števil $20$.

**B1.** Zmnožek je liho število, če sta oba množenca lihi števili. Med naravnimi števili od $1$ do $21$ je $11$ lihih. Torej je število vseh lihih zmnožkov enako $11^2 = 121$.
Če je eden od množencev $9$ ali $18$, je vpisani zmnožek deljiv z $9$. Število zmnožkov v stolpcih, kjer sta v prvi vrstici $9$ ali $18$, je enako $42$. Prav tako je število zmnožkov v obeh vrsticah, ki imata na začetku $9$ oziroma $18$, enako $42$. Skupno je v teh dveh stolpcih in vrsticah $80$ števil, saj smo $4$ zmnožke ($9 \cdot 9$, $9 \cdot 18$, $18 \cdot 9$ in $18 \cdot 18$) šteli dvakrat.
Ostanejo še zmnožki, kjer sta množenca enaka $3$, $6$, $12$, $15$ ali $21$. Teh pa je $25$. Torej je število vseh zmnožkov, deljivih z $9$, enako $105$.

**Ugotovitev, kdaj je zmnožek liho število ...................................... 1 točka**
**Zapisano število vseh lihih zmnožkov ...................................... 1 točka**
**Ugotovitev, da je zmnožek deljiv z $9$, če je eden od množencev $9$ ali $18$ ... 1 točka**
**Sklep o številu zmnožkov oblike $9 \cdot x$, $18 \cdot x$, $x \cdot 9$ ali $x \cdot 18$ ................. 1 točka**
**Ugotovitev, da so zmnožki deljivi z $9$, če sta množenca $3$, $6$, $12$, $15$ ali $21$, ter da je takih zmnožkov $25$ ...................................... 1 točka**
**Zapisano število vseh zmnožkov, deljivih z $9$ ...................................... 1 točka**

**B2.** Kota $DBA$ ter $EBD$ sta skladna in merita $\frac{\beta}{2}$. Trikotnik $BCD$ je enakokrak, saj točka $D$ leži na simetrali stranice $BC$. Torej kot v $ACB$ meri $\frac{\beta}{2}$. Vsota velikosti notranjih kotov trikotnika $ABC$ je potem $\beta + \beta + \frac{\beta}{2} = 180°$. Od tu sledi, da je velikost kota $\beta$ enaka 72°. Zato je velikost iskanega kota $BDC = 180° - 72° = 108°$.




**Narisana skica z vsemi oznakami ...................................... 1 točka**
**Ugotovitev, da je trikotnik $BCD$ enakokrak ...................................... 1 točka**
**Sklep, da je velikost kota $ACB$ enaka $\frac{\beta}{2}$ ...................................... 1 točka**
**Izračunana velikost kota $\beta$ ...................................... 2 točki**
**Izračunana velikost kota $BDC$ ...................................... 1 točka**

## Rešitve za 8. razred

V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkrožen nepravilen odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu priznajo začetne 4 točke.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | D | D | D | B | E | E | C |

*Utemeljitve:*

**A1.** Na sredini med obema številoma je aritmetična sredina, ki je enaka $-15.5$.

**A2.** Žaba v enem skoku skoči za $5$ kvadratkov desno ter $3$ navzgor, v sedmih poskokih pa za $35$ v desno in $21$ navzgor. Metulja ujame v točki $(38, 23)$.

**A3.** Ker mora biti število deljivo s $45$, je deljivo s $5$. Torej se konča s števko $5$, saj morajo biti vse števke enake. Prav tako pa mora biti število deljivo z $9$, zato je sestavljeno iz devetih $5$.

**A4.** Najprej izračunajmo vrednost danega številskega izraza:
$(\sqrt{63} + \sqrt{112}) \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{28}) = (3\sqrt{7} + 4\sqrt{7}) \cdot (\sqrt{7} + 2\sqrt{7}) = 7\sqrt{7} \cdot 3\sqrt{7} = 3 \cdot 7^2$.
Tretjina tega števila pa je $7^2$.

**A5.** Drugi neenačbi zadoščajo le tri cela števila: $-1, 0, 1$. Izmed teh treh števil pa le $0$ in $1$ zadoščata tudi prvi neenačbi.

**A6.** Izpostavimo in izračunajmo: $\dfrac{11^{1002} \cdot 7^{1002} - 7^{1000} \cdot 11^{1000}}{49 \cdot 77^{1000} - 49 \cdot 77^{998}} = \dfrac{77^{1002} - 77^{1000}}{49 \cdot 77^{998} \cdot (7^2 - 1)} =$
$= \dfrac{77^{1000} \cdot (7^2 - 1)}{49 \cdot 77^{998} \cdot (7^2 - 1)} = \dfrac{77^2}{49} = \dfrac{7^2 \cdot 11^2}{49} = 121.$

**A7.** Označimo z $\alpha$ notranji kot pravilnega večkotnika. Vsota velikosti notranjega in zunanjega kota je $180^\circ$, zato velja $\alpha + \frac{1}{8}\alpha = \frac{9}{8}\alpha = 180^\circ$. Torej je velikost notranjega kota enaka $160^\circ$. V pravilnem $n$-kotniku za velikost notranjega kota velja formula $\frac{(n-2)180^\circ}{n}$. Enačimo $160^\circ = \frac{(n-2)180^\circ}{n}$ in dobimo rešitev $n = 18$. Število diagonal večkotnika je enako $\frac{18 \cdot 15}{2} = 135$.

**A8.** Debelina snežne odeje je vsaki dve uri višja za $7.75$ cm. V zadnji uri upoštevamo le količino zapadlega snega, ne pa količine snega, ki ga odpihne. Zato nas zanima, kdaj bo debelina snežne odeje enaka $85.5 - 8 = 77.5$ cm. Delimo $77.5 : 7.75 = 10$ in dobimo, da bo snežna odeja tako debela v $20$ urah. Čez $21$ ur oziroma ob $22.15$ pa bo debelina snežna odeje enaka $85.5$ cm.

**B1.** Izračunamo

$$\left(-\frac{9}{32}\cdot(-1^6-1^5)^3-\left(1\frac{1}{2}\right)^2\right)^3-\frac{5}{97}\cdot\left(\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}+3\cdot(-2.1+0.11)\right)=$$

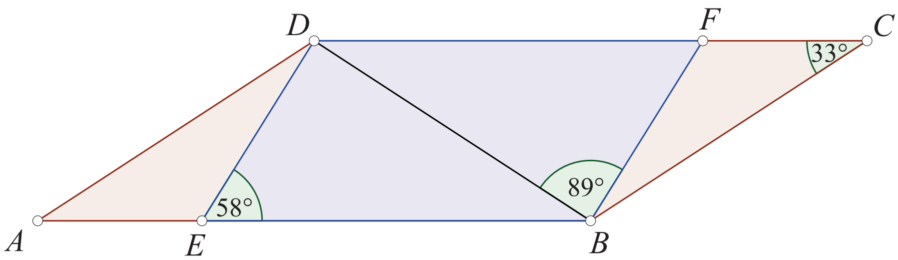
$$=\left(-\frac{9}{32}\cdot(-2)^3-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)^3-\frac{5}{97}\cdot\left(5+3\cdot(-1.99)\right)=$$

$$=\left(-\frac{9}{32}\cdot(-8)-\frac{9}{4}\right)^3-\frac{5}{97}\cdot(-0.97)=$$

$$=\left(\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)^3-\frac{5}{97}\cdot\left(-\frac{97}{100}\right)=0+\frac{5}{100}=\frac{1}{20}$$

**Izračunana vrednost izraza:** $(-1^6-1^5)^3=-8$ **.............................. 1 točka**
**Izračunan kvadrat odštevanca v prvem oklepaju:** $(1\frac{1}{2})^2=\frac{9}{4}$ **................ 1 točka**
**Izračunan kub vrednosti izraza v prvem oklepaju:** $(\frac{9}{4}-\frac{9}{4})^3=0$ **........... 1 točka**
**Izračunana vrednost izraza** $(\frac{1}{5})^{-1}+3\cdot(-2.1+0.11)=-0.97$ **................ 1 točka**
**Izračunan zmanjševanec** $\frac{5}{97}\cdot(-0.97)=-\frac{5}{100}$ **.............................. 1 točka**
**Rezultat:** $\frac{1}{20}$ **.......................................................... 1 točka**

**B2.** V paralelogramu sta nasprotna kota skladna, torej za paralelogram $ABCD$ velja kot $\sphericalangle DCB=\sphericalangle BAD=33°$. Ker je trikotnik $ABD$ enakokrak z osnovnico $AB$, je kot $\sphericalangle DBA$ skladen s kotom $\sphericalangle BAD$. Vsota kotov ob isti stranici v paralelogramu je enaka $180°$, zato je v paralelogramu $EBFD$ velikost kota $\sphericalangle FBE=180°-58°=122°$. Od tod sledi, da je velikost kota $\sphericalangle FBD=122°-33°=89°$.




**Narisana skica ........................................................ 1 točka**
**Sklep o velikosti kota** $\sphericalangle BAD$ **........................................ 1 točka**
**Upoštevanje lastnosti enakokrakega trikotnika ter sklep o velikosti kota** $\sphericalangle DBA$ **...................................................... 2 točki**
**Sklep o velikosti kota** $\sphericalangle FBE$ **........................................ 1 točka**
**Izračunana velikost kota** $\sphericalangle FBD$ **...................................... 1 točka**

**B3.** Prostornina prvega soda je $x$ in predstavlja $\frac{2}{3}$ prostornine drugega soda. Torej je prostornina drugega soda $\frac{3}{2}x$. Ker prostornina prvega soda predstavlja $\frac{3}{4}$ prostornine tretjega soda, je ta enaka $\frac{4}{3}x$. Od tod sledi, da je $x$ deljiv s 6. Upoštevamo, da je vsota vseh treh prostornin manjša od 50 in zapišemo neenačbo: $x+\frac{3}{2}x+\frac{4}{3}x<50$. Tej neenačbi ustrezata dva večkratnika števila $6$: $6$ in $12$. Dobimo dve rešitvi. Prostornine sodov so po vrsti enake $6$ litrov, $9$ litrov in $8$ litrov oziroma $12$ litrov, $18$ litrov in $16$ litrov.

**Ugotovitev glede prostornine drugega in tretjega soda .................... 1 točka**
**Sklep, da je prostornina prvega soda število, deljivo s $6$ .................. 2 točki**
**Zapisana neenačba vsote prostornin: $x + \frac{3}{2}x + \frac{4}{3}x < 50$ .................... 1 točka**
**Zapisani obe rešitvi ................................................ 2 točki**

## Rešitve za 9. razred

V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkrožen nepravilen odgovor eno točko odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu priznajo začetne 4 točke.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | D | C | D | B | D | C | A |

*Utemeljitve:*

**A1.** Izračunajmo $\frac{2017^2-2015^2}{8^2-1} = \frac{(2017-2015)\cdot(2017+2015)}{63} = \frac{2\cdot 4032}{63} = 2 \cdot 64 = 2^7$.

**A2.** Vseh dvobojev je bilo $63$, saj vsak od $64$ igralcev razen zmagovalca izgubi en dvoboj.

**A3.** Označimo z $x$ znesek računa v januarju, torej je bila višina računa februarja enaka $1.15x$. Dobimo enačbo $2.15x = 22.36$ z rešitvijo $x = 10.4$. Račun je februarja znašal $11.96$ €.

**A4.** Potenco $2^{2017}$ lahko zapišemo kot $(2^{10})^{201} \cdot 2^7 = 1024^{201} \cdot 2^7$. Pravilni odgovor je D.

**A5.** Obseg nove krožnice predstavlja $\frac{5}{12}$ obsega prve krožnice. V enakem razmerju sta tudi njuna polmera, zato je polmer druge krožnice enak $\frac{5}{12} \cdot 6 = 2.5$ cm.

**A6.** V predpisanem zaporedju so $4$ števila manjša od $10$. Naslednja števila imajo na mestu desetic števko $2$ in takih je $5$. Sledijo jim števila, ki imajo na mestu desetic $4$, $6$ ali $8$. Takih je $3 \cdot 5 = 15$. Nato so na vrsti števila, ki imajo na mestu stotic števko $2$: $200, 202, 204, 206, 208, 220, \ldots$. Takih je $5 \cdot 5 = 25$ in vseh skupaj je zaenkrat $49$. Naslednje je na vrsti število $400$.

**A7.** Ker je razmerje med širino in višino kvadra enako $7 : 6$ in je razlika med njima $3$ cm, je širina kvadra $21$ cm, višina pa $18$ cm. Torej je dolžina kvadra $25$ cm, njegova prostornina pa je enaka $9450$ cm$^3$ oziroma $9.45$ dm$^3$.

**A8.** Verjetnost, da iz druge škatle izvlečemo modro kroglico, je $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. Ker izbiramo škatlo naključno, izberemo pravo škatlo z verjetnostjo $\frac{1}{2}$. Verjetnost je torej enaka $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

**B1.** 1. *način*

Dolžino stranice kvadrata označimo z $a$. Ker je trikotnik $DEF$ pravokoten, zadošča, da izrazimo dolžini njegovih katet $EF$ in $DF$ z $a$. Trikotnik $EFB$ je pravokoten in enakokrak, zato predstavlja pol kvadrata z diagonalo $EB$. Dolžina daljice $EB$ je enaka $\frac{a}{2}$ oziroma $\sqrt{2} \cdot |EF|$. Torej je $|EF| = \frac{a}{2\sqrt{2}}$. Diagonala $DB$ je dolga $a\sqrt{2}$ in zato je $|DF| = a\sqrt{2} - \frac{a}{2\sqrt{2}}$. Ploščina trikotnika $EFD$ je enaka $\frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2\sqrt{2}} \cdot \left(a\sqrt{2} - \frac{a}{2\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{8}\right) = \frac{3a^2}{16}$. Ploščina kvadrata $ABCD$ je enaka $a^2$, torej so osenčene $\frac{3}{16}$ kvadrata.

**Zapisana dolžina stranice** $EF$ **.......... 2 točki**
**Zapisana dolžina stranice** $FD$ **.......... 2 točki**
**Izračunana ploščina trikotnika** $EFD$ **.......... 1 točka**
**Rešitev .......... 1 točka**

2. *način*

Dolžino stranice kvadrata označimo z $a$. Točko $E$ prezrcalimo čez diagonalo $BD$ in dobljeno točko označimo z $G$. Nastali trikotnik $DEG$ je enokrak s podvojeno ploščino glede na trikotnik $DEF$. Izrazimo ploščino trikotnika $DEG$ s ploščino kvadrata in ploščinami trikotnikov $AED$, $CDG$ in $EBG$. Prvi in drugi trikotnik sta skladna s ploščinama $\frac{a \cdot \frac{a}{2}}{2} = \frac{a^2}{4}$, ploščina zadnjega pa je enaka $\frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}}{2} = \frac{a^2}{8}$. Ploščina trikotnika $DEG$ je zato enaka $a^2 - 2 \cdot \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{8} = \frac{3a^2}{8}$. Ker je ploščina trikotnika $DEF$ enaka polovici ploščine trikotnika $DEG$, so osenčene $\frac{3}{16}$ kvadrata.

**Ugotovitev, da je trikotnik** $DEG$ **enakokrak s podvojeno ploščino .......... 2 točki**
**Izračunana ploščina trikotnika** $AED$ **oziroma** $CDG$ **.......... 1 točka**
**Izračunana ploščina trikotnika** $EBG$ **.......... 1 točka**
**Izračunana ploščina trikotnika** $DEG$ **.......... 1 točka**
**Rešitev .......... 1 točka**

**B2.** Število rdečih točk označimo z $x$. Vseh možnih daljic med rdečimi točkami je zato $\frac{x(x-1)}{2}$. Dobimo enačbo $\frac{x(x-1)}{2} = 15$ oziroma $x(x-1) = 30$ z rešitvijo $x = 6$. Iz besedila razberemo, da je Anja narisala $136$ daljic. Število vseh narisanih točk označimo z $y$ in dobimo enačbo $\frac{y(y-1)}{2} = 136$ oziroma $y(y-1) = 272 = 17 \cdot 16$. Od tod sledi, da je $y = 17$. Torej je število modrih točk enako $17 - 6 = 11$.

**Zapisana formula za izračun števila daljic med točkami .......... 1 točka**
**Izračunano število rdečih točk .......... 1 točka**
**Ugotovitev o skupnem številu vseh daljic in smiselna uporaba le-tega .. 1 točka**
**Izračunano število vseh točk .......... 2 točki**
**Izračunano število modrih točk .......... 1 točka**

**Opomba 1:** ***Če je naloga reševana s poskušanjem (brez uporabe enačb), lahko dobi tekmovalec največ 4 točke, ker ni dokazal enoličnosti rešitve.***

**Opomba 2:** Nalogo lahko rešimo tudi drugače. Naj bo $x$ število rdečih točk in $y$ število modrih točk. Ker je rdečih daljic 15, dobimo enačbo $\frac{x(x-1)}{2} = 15$, od koder sledi $x = 6$. Podobno lahko izrazimo še število modrih in zelenih daljic: $121 = xy + \frac{y(y-1)}{2}$. Od tod dobimo enačbo $y^2 + 11y - 242 = 0$, ki jo lahko razstavimo v $(y+22)(y-11) = 0$. Edina smiselna rešitev te enačbe je $y = 11$, torej je Anja narisala 11 modrih točk.

**B3.** Rešimo enačbo:

$$\begin{aligned}
(x+4)^2 + y^2 &= (x+y)^2 \\
x^2 + 8x + 16 + y^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\
8x + 16 &= 2xy \\
x &= \frac{16}{2y-8}
\end{aligned}$$

Količnik $x = \frac{8}{y-4}$ mora biti naravno število. Števili $x$ in $y-4$ sta delitelja števila $8$: $1$, $2$, $4$ in $8$. Zato so možnosti za število $y$: $5$, $6$, $8$ in $12$. Torej enačbo rešijo naslednji pari $(x, y)$: $(1, 12)$, $(2, 8)$, $(4, 6)$, $(8, 5)$.

**Zapisana enakovredna enačba:** $2xy - 8x = 16$ **.............................. 1 točka**
**Izražen** $x$ **ali** $y$ **ali sklepanje o deliteljih števila** $8$**............................ 1 točka**
**Zapisani vsi iskani pari ................................................ 4 točke**

**Opomba:** ***Za vsaki dve napačni rešitvi poleg pravilnih rešitev tekmovalec izgubi 1 točko.***