Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

dMFA

54. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 21. april 2018

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 5. razred

Čas reševanja: **90 minut**. *V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo preglednico, desno preglednico pusti prazno. Vsaka naloga sklopa A ima natanko en pravilen odgovor. Komisija bo pri vrednotenju odgovorov sklopa A upoštevala samo odgovore, zapisane v preglednico.*

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2

A1. Če od trikratnika nekega števila odštejemo 7, dobimo 2018. Katero število je to?

(**A**) 674 (**B**) 675 (**C**) 676 (**D**) 678 (**E**) 679

A2. Babica Milena je vsakemu izmed svojih treh vnukov dala enako veliko čokolado. Bor jo je razdelil na 15 enako velikih koščkov in jih pojedel 11, Samo jo je razdelil na 10 koščkov in jih pojedel 7, Jani pa jo je razdelil na 30 koščkov in jih pojedel 25. Kateremu je ostalo največ čokolade?

(**A**) vsem trem enako (**B**) Boru (**C**) Samu (**D**) Janiju
(**E**) ne moremo ugotoviti

A3. Letalo je poletelo iz New Yorka dne $13.\ 4.\ 2018$ ob 15.59 po lokalnem času in pristalo v Parizu po 7 urah in 26 minutah. Ko je v New Yorku ura 13.00, je v Parizu ura 19.00. Kdaj po lokalnem času in na kateri datum je letalo pristalo v Parizu?

(**A**) $13.\ 4.\ 2018$ ob 5.25 (**B**) $13.\ 4.\ 2018$ ob 17.25 (**C**) $13.\ 4.\ 2018$ ob 23.25
(**D**) $14.\ 4.\ 2018$ ob 5.15 (**E**) $14.\ 4.\ 2018$ ob 5.25

A4. V Račji vasi je četrtek dan za tržnico, kjer si kmetje izmenjujejo domače živali. Ena raca je vredna dve kokoši, za eno kravo dobiš eno kozo in tri race, za eno kozo pa dobiš dve raci in dve kokoši. Največ koliko kokoši dobi kmet za eno kravo?

(**A**) 8 (**B**) 10 (**C**) 12 (**D**) 14 (**E**) 16

A5. Peter je račun za 45 € plačal z bankovcem za 100 €. Na koliko načinov mu lahko blagajničarka vrne denar, če mu ne vrne nobenega kovanca?

(**A**) 10 (**B**) 11 (**C**) 12 (**D**) 13 (**E**) 14

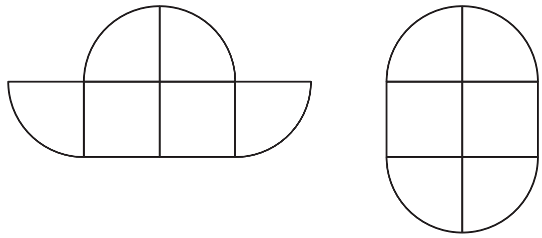
A6. Preden je Marija odšla na 2018 km dolgo pot, je števec kilometrov v njenem avtu kazal 29790 km. Kmalu bo videla palindromno število 29792 (to je število, ki se bere enako nazaj kot naprej). Koliko takih števil bo Marija videla med svojim potovanjem, če je omenjeno palindromno število že eno izmed njih?

(**A**) 4 (**B**) 18 (**C**) 20 (**D**) 21 (**E**) 23

A7. Za koliko je vsota vseh lihih števil do 50 manjša od vsote vseh sodih števil med 1 in 51?

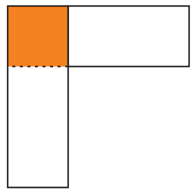
(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 25 (**D**) 26 (**E**) vsoti sta enaki

A8. Iz dveh kvadratov s 6 cm dolgo stranico in štirih četrtin kroga s 6 cm dolgim polmerom sestavimo dva lika (glej sliko). Za koliko se razlikujeta njuna obsega?



(**A**) za 3 cm (**B**) za 6 cm (**C**) za 9 cm
(**D**) za 12 cm (**E**) obsega sta enaka

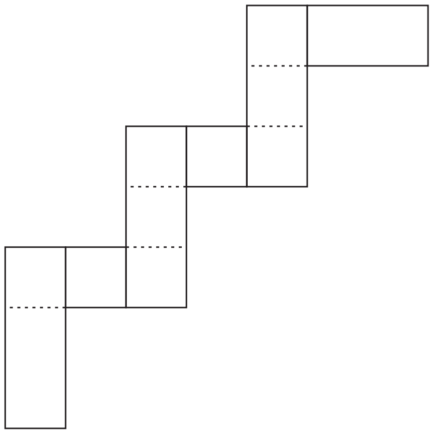
B1. Skladna pravokotnika zalepimo, kot kaže slika. Ploščina osenčenega dela, na katerem se prekrivata, je $4\ \mathrm{cm}^2$. Dolžina pravokotnika je trikratnik njegove širine.



(a) Izračunaj dolžino in širino enega izmed obeh pravokotnikov.

(b) Izračunaj ploščino in obseg lika.

(c) Šest takih pravokotnikov zalepimo, kot kaže slika. Kolikšen je obseg nastalega lika?



(6 točk)

B2. Tine ima dve knjigi. Iz sredine prve knjige je iztrgal nekaj listov tako, da se na levi strani vidi oznaka strani 26, na desni pa 53.

(a) Koliko strani je imela prva knjiga, preden je Tine iztrgal nekaj listov, če so bile vse strani oštevilčene s števili od 1 naprej?

(b) V drugi knjigi so za označitev vseh strani porabili skupaj 732 števk. Koliko strani ima ta knjiga?

(6 točk)

54. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Državno tekmovanje, 21. april 2018

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 6. razred

Čas reševanja: **90 minut**. *V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo preglednico, desno preglednico pusti prazno. Vsaka naloga sklopa A ima natanko en pravilen odgovor. Komisija bo pri vrednotenju odgovorov sklopa A upoštevala samo odgovore, zapisane v preglednico.*

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2

A1. V Kurji vasi je četrtek dan za tržnico, kjer si kmetje izmenjujejo domače živali. Ena gos je vredna dve kokoši, za eno kravo dobimo eno kozo in tri gosi, za eno kozo pa dve gosi in dve kokoši. Največ koliko kokoši dobi kmet za eno kravo?

(**A**) 8 (**B**) 10 (**C**) 12 (**D**) 14 (**E**) 16

A2. Zmanjševanec je šestkrat tolikšen kot odštevanec, njuna razlika pa je enaka četrtini števila 40360. Kako odštevanec zapišemo z rimskimi številkami?

(**A**) MMXVII (**B**) MCMXC (**C**) MMDCXL (**D**) MMXVIII (**E**) MMDCCCI

A3. Kolikšna je vsota vseh naravnih števil, za katere je ostanek pri deljenju s 5 enak količniku?

(**A**) 58 (**B**) 60 (**C**) 62 (**D**) 64 (**E**) 66

A4. Najmanj koliko steklenic po $\frac{3}{4}$ l potrebujemo, da vanje pretočimo 15 hl soka, če se pri prelivanju celotne količine razlije 10 litrov soka?

(**A**) 1117 (**B**) 1118 (**C**) 1986 (**D**) 1987 (**E**) 2000

A5. Jaka ima v žepu le kovance po 50 centov in 10 centov v skupni vrednosti 4,80 €. Število kovancev za 50 centov je enako tretjini števila kovancev za 10 centov. Koliko kovancev ima v žepu?

(**A**) 13 (**B**) 18 (**C**) 20 (**D**) 24 (**E**) 42

A6. Vsota števk v letnici 2018 je 11. Kolikokrat v naslednjih stotih letih se bo spet zgodilo, da bo vsota števk v letnici enaka 11?

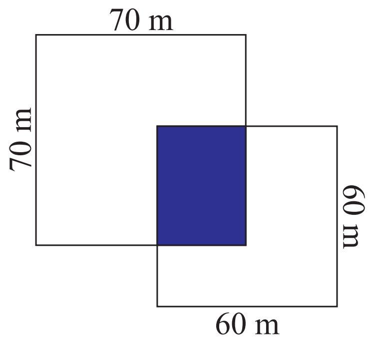
(**A**) osemkrat (**B**) desetkrat (**C**) dvanajstkrat (**D**) petnajstkrat (**E**) dvajsetkrat

A7. Katero izmed naštetih števil je najbližje številu $5\frac{1}{4}$?

(**A**) $5\frac{799}{800}$ (**B**) $\frac{21001}{4000}$ (**C**) 5,249 (**D**) 5,251 (**E**) 5,2499

A8. Kmet ima posestvo s površino 6700 m^2 z dimenzijami, kot so označene na sliki. Katera izmed navedenih dolžin ne more biti dolžina stranice osenčenega pravokotnika?

(**A**) 18 m (**B**) 35 m (**C**) 40 m (**D**) 50 m (**E**) 55 m



B1. V gozdu raste 300 dreves, ki imajo vsaj eno od lastnosti: so smreke, poraščena so z mahom ali pa jih je napadel lubadar. Smrek je 108, z mahom je poraščenih 106 dreves, lubadar pa se je naselil v 150 drevesih. Vemo še, da je lubadar napadel 60 smrek in da mah ne raste na drevesih, okuženih z lubadarjem. Koliko smrek v gozdu je neporaščenih z mahom in nima lubadarja? *(6 točk)*

B2. Imamo 6 enakih kartonov v obliki pravokotnika z dolžino 6 cm in širino 4 cm. Z njimi sestavljamo pravokotnike, tako da uporabimo vseh 6 kartonov, ki se pri tem ne prekrivajo.

(a) Koliko je ploščina vsakega od tako sestavljenih pravokotnikov?

(b) Koliko različnih pravokotnikov (tudi kvadrat je pravokotnik) lahko sestavimo?

(c) Izračunaj najmanjši obseg in največji obseg tako sestavljenega pravokotnika.

(6 točk)

54. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Državno tekmovanje, 21. april 2018

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 7. razred

Čas reševanja: **120 minut**. *V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo preglednico, desno preglednico pusti prazno. Vsaka naloga sklopa A ima natanko en pravilen odgovor. Komisija bo pri vrednotenju odgovorov sklopa A upoštevala samo odgovore, zapisane v preglednico.*

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10

B1	B2

A1. Kolikšna je vrednost izraza $\left(\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\right):0{,}2\right)+12\frac{1}{2}:\frac{3}{0{,}08}$?

(A) 0 **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{2}{3}$ **(D)** 1 **(E)** $1{,}5$

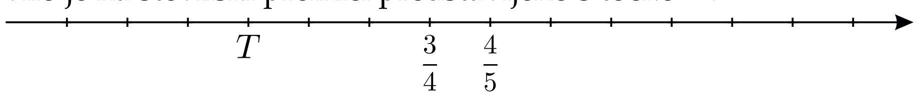
A2. Mravlja potuje na gosenici 24 minut, nato spleza na hrošča in prepotuje na njem štirikrat tolikšno razdaljo. Koliko minut mravlja potuje na hrošču, če se hrošč premika osemkrat tako hitro kot gosenica?

(A) 6 **(B)** 8 **(C)** 10 **(D)** 12 **(E)** 14

A3. Katero je najmanjše naravno število, deljivo z vsemi enomestnimi naravnimi števili?

(A) 1 **(B)** 2017 **(C)** 2520 **(D)** 9900 **(E)** 362880

A4. Katero število je na številski premici predstavljeno s točko T?



(A) $\frac{3}{5}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** 1 **(D)** $\frac{2}{5}$ **(E)** $\frac{13}{20}$

A5. Točka D je nožišče višine na hipotenuzo pravokotnega trikotnika ABC. Simetrala pravega kota seka hipotenuzo v točki E. Velikost kota med simetralo pravega kota in višino na hipotenuzo pravokotnega trikotnika je enaka $\frac{1}{9}$ velikosti večjega ostrega kota trikotnika CDE. Koliko je velik manjši ostri kot trikotnika ABC?

(A) $30°$ **(B)** $36°$ **(C)** $45°$ **(D)** $54°$ **(E)** $60°$

A6. Kateri od naslednjih izrazov predstavlja liho število za vsako naravno število n?

(A) $2017 \cdot n + 2018$ **(B)** $2018 + n$ **(C)** $2018 + n^2$
(D) $2018 \cdot n + 2017$ **(E)** $2018 \cdot (n+1)$

A7. Nekaj učencev 7. a razreda se je odločilo, da gredo sami na zaključni izlet, izmed njih je bilo $25\ \%$ fantov. En fant si je premislil in namesto njega je na izlet odšla ena deklica iz 7. b. Tako je bilo na izletu $20\ \%$ fantov, ostalo so bila dekleta. Koliko fantov in deklet je bilo skupaj na izletu?

(A) 28 **(B)** 24 **(C)** 20 **(D)** 16 **(E)** 12

A8. Obseg enakokrakega trikotnika ABC z vrhom C je 50 cm. Obseg trikotnika ATC, kjer je CT težiščnica na osnovnico enakokrakega trikotnika, je 40 cm. Kolikšna je dolžina težiščnice CT?

(**A**) 10 cm (**B**) 13 cm (**C**) 15 cm (**D**) 18 cm (**E**) 25 cm

A9. V škatlice spravljamo modre in rdeče bonbone, v vsako natanko dva. Izkaže se, da ima $\frac{3}{5}$ modrih bonbonov za par rdečega in $\frac{3}{10}$ rdečih za par modrega. Kolikšen je delež modrih bonbonov med tistimi, ki smo jih razporejali v škatlice?

(**A**) $\frac{1}{6}$ (**B**) $\frac{1}{3}$ (**C**) $\frac{1}{2}$ (**D**) $\frac{2}{3}$ (**E**) $\frac{5}{6}$

A10. Koliko naravnih števil reši neenačbo $n^2 \geq 2^n$?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) vsa

B1. Žabici Regica in Skokica skačeta po enako dolgi ravni poti. Ko naredi Regica 4 skoke, jih Skokica istočasno naredi 5, vendar je dolžina 4 Skokičinih skokov enaka dolžini 3 Regičinih skokov. Katera med njima bo prišla hitreje na cilj? *(6 točk)*

B2. Oče Franc ima tri sinove: Petra, Janeza in Luko. Peter hodi v vrtec, Janez in Luka pa v osnovno šolo. Če dvakrat zaporedoma napišemo Petrova leta, dobimo očetovo starost. Če očetovo starost delimo z Janezovo oceno pri matematiki, dobimo starost enega od sinov. Zmnožek starosti Francetovih otrok je 440. Koliko je star vsak izmed njih, če vemo, da ima Luka višjo oceno pri matematiki kot Janez? *(6 točk)*

54. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 21. april 2018

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 8. razred

Čas reševanja: **120 minut**. *V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo preglednico, desno preglednico pusti prazno. Vsaka naloga sklopa A ima natanko en pravilen odgovor. Komisija bo pri vrednotenju odgovorov sklopa A upoštevala samo odgovore, zapisane v preglednico.*

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. Kolikšna je vrednost izraza $\left((-15)^5 - 3^5(-5)^5 - (-1)^{2018}\right)^3$?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) -1 (**D**) 2018 (**E**) -2018

A2. Izraz $\sqrt{600} - 0{,}2\sqrt{54} - \left(\sqrt{6} - 4{,}8\sqrt{\frac{2}{3}}\right) - 12\sqrt{\frac{1}{6}}$ pomnožimo s $\sqrt{6}$. Kolikšna je vrednost zmnožka?

(**A**) 8 (**B**) $8\sqrt{12}$ (**C**) 288 (**D**) 48 (**E**) $8\sqrt{6}$

A3. Točka S je razpolovišče stranice AB trikotnika ABC. Kot $\sphericalangle CSA$ je velik 40°, kot $\sphericalangle CBA$ pa 20°. Kolikšna je velikost kota $\sphericalangle SAC$?

(**A**) 60° (**B**) 65° (**C**) 70° (**D**) 75° (**E**) 80°

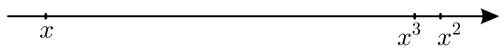
A4. Vsako dekle iz skupine 6 deklet tehta povprečno 60 kg. Ko se skupini pridružita Ana in Sonja, vsako dekle v večji skupini tehta povprečno 58 kg. Ana tehta 8 kg več kot Sonja. Koliko tehta Ana?

(**A**) 48 kg (**B**) 50 kg (**C**) 52 kg (**D**) 54 kg (**E**) 56 kg

A5. V škatlice spravljamo modre in rdeče bonbone, v vsako natanko dva. Izkaže se, da ima $60\,\%$ modrih bonbonov za par rdečega in $30\,\%$ rdečih za par modrega. Kolikšen je delež modrih bonbonov med tistimi, ki smo jih razporejali v škatlice?

(**A**) $\frac{1}{6}$ (**B**) $\frac{1}{3}$ (**C**) $\frac{1}{2}$ (**D**) $\frac{2}{3}$ (**E**) $\frac{5}{6}$

A6. Na številski premici ležijo tri točke, ki predstavljajo števila x, x^2 in x^3, kot kaže slika. Katero vrednost lahko zavzame število x?

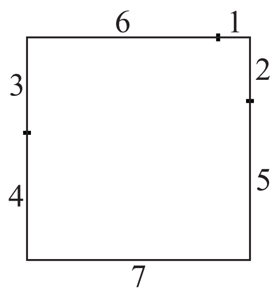


(**A**) 2018 (**B**) $\frac{3}{2}$ (**C**) $\frac{2017}{2018}$ (**D**) $-\frac{1}{2018}$ (**E**) $-\frac{2018}{2017}$

A7. Koliko decimalk ima število $0{,}12345678910111213\ldots20172018$?

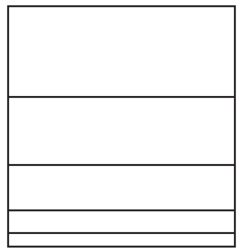
(**A**) 1019 (**B**) 1020 (**C**) 2018 (**D**) 6965 (**E**) 7046

A8. Adam ima palčke dolžine 1 cm, 2 cm, $\ldots$, n cm, in sicer po 1 palčko vsake dolžine. Iz njih sestavi kvadrat. Na sliki je primer za $n = 7$. Za katero od naštetih vrednosti števila n lahko sestavi kvadrat?



(**A**) 11 (**B**) 12 (**C**) 13 (**D**) 14 (**E**) 15

B1. Pet pravokotnikov ima enako dolžino a. Širina prvega pravokotnika je b, širina vsakega naslednjega je za 1 manjša od širine predhodnega pravokotnika. Z vsemi petimi sestavimo večji pravokotnik tako, da se sosednja pravokotnika dotikata vzdolž skladne stranice (glej sliko).



(a) Izrazi obseg tako nastalega pravokotnika z a in b.

(b) Izračunaj dolžino in širino najmanjšega izmed pravokotnikov, če je lik, ki nastane iz vseh petih pravokotnikov, kvadrat s ploščino 400.

(6 točk)

B2. Gasilci so v diskontu kupili nekaj zabojev po 24 plastenk vode za gasilsko veselico. V nekaj urah je zmanjkalo plastenk vode in Janez je moral po dodatne zaloge v isti diskont. Kupil je 4 zaboje manj kot prvič in pri tem založil svoj denar. Tudi to vodo so vso popili. Ena plastenka je stala 30 centov, skupaj pa so na veselici popili natanko 816 plastenk. Koliko denarja mora gasilsko društvo vrniti Janezu? *(6 točk)*

B3. Sod ima prostornino 200 l. Do $\frac{3}{5}$ je napolnjen s sokom, ki vsebuje 60 % sadnega deleža.

(a) Koliko odstotkov sadnega deleža bi vseboval sok, če bi dolili toliko vode, da bi bil sod poln?

(b) Manca želi pripraviti v sodu toliko soka z 20 % sadnega deleža, kolikor je v njem soka s 60 % sadnega deleža. Zato bo nekaj tekočine iz soda odlila in jo nadomestila z enako količino vode. Koliko tekočine bo odlila?

(6 točk)

54. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 21. april 2018

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 9. razred

Čas reševanja: **120 minut**. *V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo preglednico, desno preglednico pusti prazno. Vsaka naloga sklopa A ima natanko en pravilen odgovor. Komisija bo pri vrednotenju odgovorov sklopa A upoštevala samo odgovore, zapisane v preglednico.*

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. Jure je na tablo napisal petnajst pozitivnih celih števil, katerih edini modus je 3, mediana pa je enaka 2. Med napisanimi števili je šest trojk. Katero izmed naštetih števil je najmanjša vrednost, ki je lahko aritmetična sredina teh petnajstih števil?

(A) 3 **(B)** $\frac{33}{15}$ **(C)** $\frac{31}{15}$ **(D)** $\frac{28}{15}$ **(E)** $\frac{9}{5}$

A2. Dolžine stranic trikotnika ABC so $|AB| = 3$ m, $|AC| = 4$ m in $|BC| = 5$ m. Točka T je presečišče stranice BC in višine na to stranico. Koliko je razmerje dolžin daljic BT in CT?

(A) $12 : 13$ **(B)** $2 : 3$ **(C)** $3 : 4$ **(D)** $3 : 5$ **(E)** $9 : 16$

A3. Za število a velja: $(a-2)(a-29) = 89$. Kolikšna je vrednost izraza $\frac{a^2}{a+1}$?

(A) 29 **(B)** 31 **(C)** 41 **(D)** 58 **(E)** 61

A4. Ena kateta pravokotnega trikotnika je za 10 cm daljša od druge katete in za 10 cm krajša od hipotenuze. Kolikšna je ploščina tega trikotnika?

(A) $0,9$ m^2 **(B)** 900 cm^2 **(C)** 60 cm^2 **(D)** $0,6$ m^2 **(E)** 6 dm^2

A5. Ploščine treh mejnih ploskev kvadra so $S_1 = 2$ m^2, $S_2 = 3$ m^2 in $S_3 = 6$ m^2. Kolikšna je prostornina kvadra?

(A) 18 m^3 **(B)** 12 m^3 **(C)** 10 m^3 **(D)** 6 m^3 **(E)** 5 m^3

A6. V izrazu $a^b - c^d$ vsako od števil a, b, c in d zamenjamo natanko z enim od števil: -1, -2, -3 in -4, tako da dobimo čim manjšo vrednost. Kolikšen je zmnožek števil b in d?

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 6 **(E)** 12

A7. V kovinsko posodo v obliki kocke s stranico dolžine 6 cm vstavimo voščeno enakorobo piramido z enako osnovno ploskvijo, kot jo ima kocka. Nato piramido stalimo, da se vosek enakomerno porazdeli. Kako visoko v posodi sega vosek?

(A) 1 cm **(B)** $\sqrt{2}$ cm **(C)** $\sqrt{3}$ cm **(D)** 2 cm **(E)** 3 cm

A8. Večkrat vržemo dve igralni kocki hkrati in vsakič izračunamo absolutno vrednost razlike števil pik na zgornjih ploskvah. Verjetnost, da bo absolutna vrednost razlike pik manjša od a, je enaka $\frac{2}{3}$. Koliko je a?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

B1. Vsota števil vseh diagonal, vseh stranic in vseh oglišč nekega večkotnika je enaka 55. Izračunaj vsoto velikosti vseh notranjih kotov tega večkotnika.

(6 točk)

B2. Dolžini katet pravokotnega trikotnika ABC sta $|BC| = 6$ cm in $|AC| = 2$ cm. Krožnica s središčem v oglišču C in polmerom b seka hipotenuzo v točkah A in D. Izračunaj razmerje $|AD| : |AB|$. *(6 točk)*

B3. V pekarni pakirajo piškote v škatle, v vsako škatlo dajo enako dvomestno število piškotov. Ko je trgovec naročil dvomestno število škatel piškotov, je dežurni pek zapisal števki v obratnem vrstnem redu. Tako je trgovec dobil 4248 piškotov premalo. Koliko škatel piškotov je naročil trgovec? Rešitev utemelji. *(6 točk)*

54. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 21. april 2018

Rešitve za 5. razred

V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkrožen nepravilen odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu priznajo začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	E	C	D	D	C	D

Utemeljitve:

A1. Izračunamo $(2018 + 7) : 3 = 675$.

A2. Boru je ostalo $1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15} = \frac{8}{30}$ čokolade. Samu je je ostalo $1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10} = \frac{9}{30}$, Janiju pa $1 - \frac{25}{30} = \frac{5}{30}$. Največ čokolade je ostalo Samu.

A3. Ob vzletu letala v New Yorku je ura v Parizu 19.59. Do polnoči sta le še 2 uri in 1 minuta, torej je letalo pristalo v Parizu naslednji dan, $14.\ 4.\ 2018$, ob 5.25.

A4. Kmet za eno kravo dobi 1 kozo in 3 race. Kozo zamenja za 2 raci in 2 kokoši, skupaj ima 5 rac in 2 kokoši. Ker za vsako raco dobi 2 kokoši, jih dobi še 10. Vsega skupaj ima največ 12 kokoši.

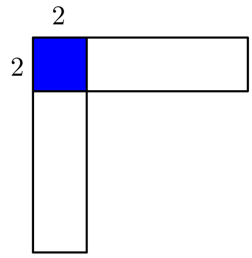
A5. Blagajničarka vrne Petru 55 €. Zapišimo število 55 kot vsoto večkratnikov števil $5,\ 10,\ 20$ in 50 na vseh 13 načinov: $11 \cdot 5$, $9 \cdot 5 + 10$, $7 \cdot 5 + 20$, $7 \cdot 5 + 2 \cdot 10$, $5 \cdot 5 + 20 + 10$, $5 \cdot 5 + 3 \cdot 10$, $3 \cdot 5 + 2 \cdot 20$, $3 \cdot 5 + 20 + 2 \cdot 10$, $3 \cdot 5 + 4 \cdot 10$, $5 + 50$, $5 + 2 \cdot 20 + 10$, $5 + 20 + 3 \cdot 10$ in $5 + 5 \cdot 10$.

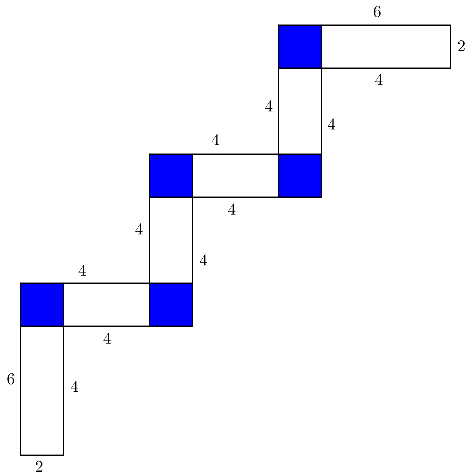
A6. Marija bo prispela na cilj, ko bo števec v avtu kazal 31808 km. Zanimajo nas vsa palindromna števila med 29790 in 31808. Palindromna števila oblike $29a92$ so tri, in sicer je a lahko 7, 8 ali 9. Deset palindromnih števil je oblike $30a03$, kjer je a poljubna števka. Ustreznih palindromnih števil oblike $31a31$ je enako 8, saj je a števka od 0 do 7. Marija bo med svojim potovanjem videla $3 + 10 + 8 = 21$ palindromnih števil.

A7. Vseh naravnih lihih števil do 50 je 25. Vseh sodih števil med 1 in 51 je prav tako 25. Razlika med dvema sosednjima številoma, sodim in lihim, je 1. Torej je omenjena vsota sodih števil za $25 \cdot 1 = 25$ večja od vsote omenjenih lihih števil.

A8. Levi lik je omejen s štirimi loki, ki skupaj tvorijo krožnico, ter štirimi daljicami dolžine 6 cm. Desni lik je omejen s štirimi loki, ki skupaj tvorijo enako krožnico kot pri levem liku, ter dvema daljicama dolžine 6 cm. Razlika obsegov je zato enaka $2 \cdot 6 = 12$ cm.

B1. Osenčeni lik je kvadrat s ploščino $4\ \mathrm{cm}^2$, torej je dolžina njegove stranice 2 cm. Širina enega od obeh pravokotnikov, ki ju zlepimo, je tudi 2 cm, dolžina pa 6 cm.
Ploščina lika, zlepljenega iz dveh pravokotnikov, je enaka $p = 6 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 20\ \mathrm{cm}^2$, obseg pa $o = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 24$ cm.
Obseg lika, zlepljenega iz šestih pravokotnikov, pa je enak
$o = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 6 + 10 \cdot 4 = 56$ cm.





Pravilna dolžina enega od obeh pravokotnikov .... **1 točka**
Pravilna širina enega od obeh pravokotnikov .... **1 točka**
Pravilna ploščina lika, sestavljenega iz dveh pravokotnikov .... **1 točka**
Pravilen obseg lika, sestavljenega iz dveh pravokotnikov .... **1 točka**
Pravilen obseg lika, sestavljenega iz šestih pravokotnikov .... **2 točki**

Opomba: Če tekmovalec ni zapisal enot, dobi največ 5 točk.

B2. Pred označeno stranjo je na začetku ostalo 25, toliko jih ostane tudi zadaj. Zadnja stran ima torej oznako $53 + 25 = 78$.
Za označitev prvih 9 strani so porabili 9 števk. Strani z dvomestno oznako je 90 in zanje so porabili 180 števk. Odštejemo $732 - 180 - 9 = 543$ in dobimo število števk za strani s trimestno oznako. Takih strani je $543 : 3 = 181$, torej ima knjiga $9 + 90 + 181 = 280$ strani.

Zapisano število strani ostalih na koncu ali ustrezna pot reševanja ...... **1 točka**
Pravilen odgovor v primeru a) .... **1 točka**
Število števk za strani z enomestno oznako .... **1 točka**
Število števk za strani z dvomestno oznako .... **1 točka**
Število strani s trimestno oznako .... **1 točka**
Število strani v knjigi .... **1 točka**

Opomba: Za pravilen odgovor v a) primeru brez postopka, tekmovalec dobi 1 točko.

54. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 21. april 2018

Rešitve za 6. razred

V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkrožen nepravilen odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu priznajo začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
C	D	B	D	D	B	E	A

Utemeljitve:

A1. Kmet za eno kravo dobi 1 kozo in 3 race. Kozo zamenja za 2 raci in 2 kokoši, skupaj ima 5 rac in 2 kokoši. Ker za vsako raco dobi 2 kokoši, jih dobi še 10. Vsega skupaj ima največ 12 kokoši.

A2. Razlika je enaka $40360 : 4 = 10090$ oziroma $6 \cdot a - a = 5 \cdot a$. Torej je odštevanec $10900 : 5 = 2018$, zapisano z rimskimi številkami $MMXVIII$.

A3. Števila, ki zadoščajo pogojem naloge, so: $5 \cdot 1 + 1 = 6$, $5 \cdot 2 + 2 = 12$, $5 \cdot 3 + 3 = 18$, $5 \cdot 4 + 4 = 24$. Njihova vsota je enaka 60.

A4. Pretočiti moramo 1500 l soka. Ker ga 10 l razlijemo, napolnimo $1490 : 3 \cdot 4 = 1986\frac{2}{3}$ steklenice. Potrebujemo 1987 steklenic.

A5. Jaka lahko kovance razporedi v kupčke tako, da so na vsakem kupčku 3 kovanci za 10 centov in 1 kovanec za 50 centov. Vrednost kovancev posameznega kupčka je 80 centov. Ker ima Jaka skupaj $4{,}80$ €, kovance razporedi v 6 kupčkov. Skupaj ima $6 \cdot 4 = 24$ kovancev.

A6. Med letnicama 2019 in 2118 iščemo tiste, katerih vsota števk je 11. Ker je prva števka vseh enaka 2, mora biti vsota zadnjih treh števk enaka 9. Če je druga števka enaka 0, mora biti vsota zadnjih dveh števk enaka 9. Takih števil je 8, in sicer: 2027, 2036, 2045, 2054, 2063, 2072, 2081 in 2090. Če pa je druga števka enaka 1, mora biti vsota zadnjih dveh 8. Taki letnici sta 2, in sicer: 2108 in 2117.

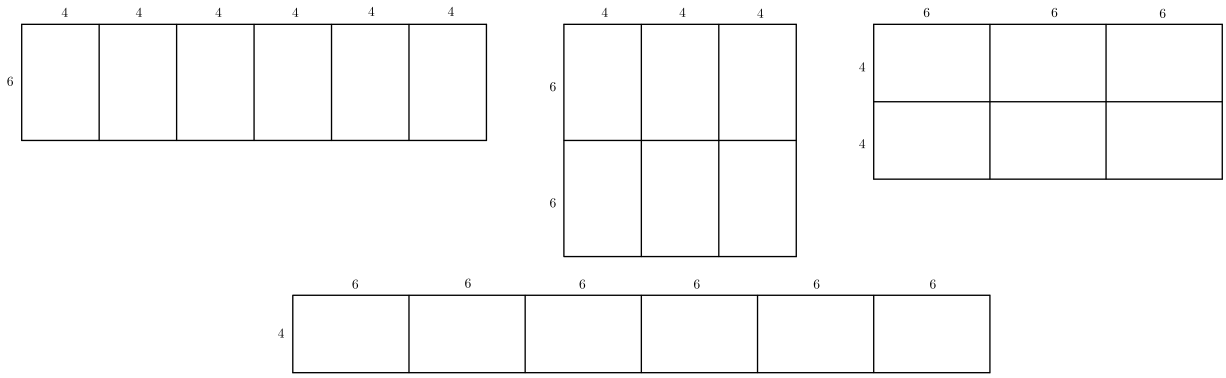
A7. Vsa števila zapišemo v obliki mešanega števila, ki ima ulomek z imenovalcem 40000: $5\frac{1}{4} = 5\frac{10000}{40000}$, $5\frac{799}{800} = 5\frac{39950}{40000}$, $\frac{21001}{4000} = 5\frac{10010}{40000}$, $5{,}249 = 5\frac{9960}{40000}$, $5{,}251 = 5\frac{10040}{40000}$ in $5{,}2499 = 5\frac{9996}{40000}$. Iskano število je $5{,}2499$.

A8. Površina osenčenega dela je enaka $70^2 + 60^2 - 6700 = 1800$ m^2. Preverimo vse predlagane dolžine tako, da izračunamo količnike: $1800 : 18 = 100$, $1800 : 35 \doteq 51$, $1800 : 40 = 45$, $1800 : 50 = 36$ in $1800 : 55 \doteq 32$. Edino število, ki ne ustreza dimenzijam posestva, je 100, kar pomeni, da dolžina osenčenega pravokotnika ne more biti 18 m.

B1. Razberemo, da med 300 drevesi v gozdu ni smreke, poraščene z mahom, ki bi jo napadel lubadar. Zapišemo enačbo $300 = 108 + 106 + 150 - 60 - x$, kjer je x število smrek, poraščenih z mahom. Rešimo in dobimo $x = 4$. Torej je v gozdu $108 - 60 - 4 = 44$ smrek, neporaščenih z mahom in brez lubadarja.

Sklep o številu smrek z mahom in lubadarjem .... 1 točka
Zapisana enačba .... 2 točki
Rešitev enačbe .... 1 točka
Izračunano število smrek brez mahu in lubadarja .... 2 točki

B2. Ploščina enega kartona je $6 \cdot 4 = 24\ \text{cm}^2$. Ploščine vseh sestavljenih pravokotnikov so med seboj enake in znašajo $p = 6 \cdot 24 = 144\ \text{cm}^2$.
Zložimo lahko 4 različne pravokotnike z dimenzijami: 4×36, 6×24, 8×18 in 12×12.



Največji obseg ima pravokotnik z dimenzijami 4×36, in sicer 80 cm. Najmanjši obseg ima kvadrat s stranico 12 cm, in sicer 48 cm.

Izračunana ploščina enega sestavljenega pravokotnika .... 1 točka
Ugotovitev, da so 4 taki pravokotniki .... 1 točka
Razvidne vse možne dimenzije sestavljenih pravokotnikov .... 2 točki
Pravilno izračunan največji obseg $o = 80$ cm .... 1 točka
Pravilno izračunan najmanjši obseg $o = 48$ cm .... 1 točka

Opomba: Če tekmovalec ni zapisal enot, dobi največ 5 točk.

54. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 21. april 2018

Rešitve za 7. razred

V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkrožen nepravilen odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu priznajo začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	D	C	A	B	D	C	C	B	C

Utemeljitve:

A1. Izračunajmo $\left(\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\right):0{,}2\right)+12\frac{1}{2}:\frac{3}{0{,}08}=\left(\frac{6}{15}-\frac{5}{15}\right):\frac{1}{5}+\frac{25}{2}\cdot\frac{0{,}08}{3}=\frac{1}{15}\cdot 5+\frac{25}{2}\cdot\frac{8}{3\cdot 100}=\frac{1}{3}+\frac{4}{12}=\frac{2}{3}$.

A2. Hrošč je 8-krat toliko hiter kot gosenica, torej mravlja s hroščem za enako razdaljo kot z gosenico potrebuje $24:8=3$ minute. Ker s hroščem prepotuje 4-krat tolikšno razdaljo, je z njim potovala 12 minut.

A3. Če je število deljivo z 9, je deljivo tudi s 3. Če je deljivo z 8, je deljivo tudi z 2 in 4. Za deljivost s 6 mora biti število deljivo z 2 in 3. Iskano najmanjše naravno število je zmnožek števil $9,\ 8,\ 7$ in 5, to je število 2520.

A4. Izračunamo razliko $\frac{4}{5}-\frac{3}{4}=\frac{1}{20}$. Točka T predstavlja število $\frac{3}{4}-3\cdot\frac{1}{20}=\frac{15}{20}-\frac{3}{20}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$.

A5. Predpostavimo, da v trikotniku ABC velja: kot α je po velikosti večji od kota β. Točka D zato leži bliže oglišču A. Velikost kota $\sphericalangle DCE$ je enaka $\frac{1}{9}$ velikosti kota $\sphericalangle CED$, zato je vsota njunih velikosti enaka $\frac{10}{9}$ velikosti kota $\sphericalangle CED$. Upoštevamo, da je vsota velikosti notranjih kotov trikotnika $180°$, in dobimo, da je velikost kota $\sphericalangle CED=81°$. Torej sta velikosti kotov $\sphericalangle BEC=180°-81°=99°$ in $\sphericalangle CBE=\sphericalangle CBA=180°-45°-99°=36°=\beta$.

A6. Edino v primeru D seštejemo sodo in liho število ne glede na vrednosti naravnega števila n, torej je ta vsota liho število.

A7. En fant predstavlja $5\ \%$ vseh učencev, kar pomeni, da 20 učencev predstavlja $100\ \%$.

A8. Obseg trikotnika ABC sestavljata dva kraka a in osnovnica c, vsota njihovih dolžin je 50 cm. Obseg trikotnika ATC sestavljajo krak a, polovica osnovnice c in težiščnica t, katerih vsota dolžin je 40 cm. Če trikotnik ABC razpolovimo, ugotovimo, da je vsota dolžin kraka a in polovice osnovnice c enaka 25 cm. Če dodamo še težiščnico t, je vsota dolžin enaka 40 cm. Torej je dolžina težiščnice t enaka 15 cm.

A9. Označimo z m število modrih bonbonov, z r pa število rdečih bonbonov. Iz besedila lahko zapišemo zvezo: $0{,}6m=0{,}3r$, torej je $r=2m$ oziroma rdečih bonbonov je dvakrat toliko kot modrih. Od tod sledi, da modri bonboni predstavljajo $\frac{1}{3}$ vseh.

A10. Neenačbo rešijo 3 naravna števila, in sicer so to: $2,\ 3$ in 4.

B1. Regica porabi za 1 skok $\frac{1}{4}$ časa, Skokica pa $\frac{1}{5}$ časa. Za 3 skoke Regica porabi $\frac{3}{4}$ časa, Skokica za 4 skoke $\frac{4}{5}$ časa. Ker se dolžini ujemata in je $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$, je Regica hitrejša.

Sklep o času, ki ga za 1 skok porabita Regica oziroma Skokica .... 2 točki
Razmislek o času za 3 Regičine skoke ter 4 Skokičine .... 2 točki
Sklep in utemeljitev, da je Regica hitrejša .... 2 točki

Opombe:

- Za korektno rešitev z uporabo razmerij tekmovalec lahko prejme vseh 6 točk.
- Za rešitev z napačnim sklepanjem, manjkajočo oziroma nepopolno utemeljitvijo tekmovalec prejme največ 4 točke.
- Neutemeljen odgovor se smatra za uganjenega in ne prinaša točk.

B2. Razcepimo zmnožek starosti otrok $440 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$. Glede na to, da eden hodi v vrtec, druga dva pa v šolo, imamo le dve možnosti $440 = 4 \cdot 10 \cdot 11$ ali $5 \cdot 8 \cdot 11$. V prvem primeru je Peter star 4 leta, oče pa 44 let, kar je enako zmnožku Janezove ocene pri matematiki in starosti enega od starejših sinov. Edina možnost je, da ima Janez pri matematiki oceno 4, starost enega od sinov pa je 11.
V drugem primeru bi bil Peter star 5 let, oče pa 55. Janez bi imel v tem primeru pri matematiki oceno 5, kar pa ni možno, saj ima Luka pri matematiki višjo oceno kot Janez. Torej je oče je star 44 let, sinovi pa 4 leta, 10 let in 11 let.

Razcep števila 440 .... 1 točka
Sklep o obeh možnostih za produkt starosti .... 2 točki
Obravnava prve možnosti .... 1 točka
Obravnava in izločitev druge možnosti .... 1 točka
Zapisane starosti .... 1 točka

54. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 21. april 2018

Rešitve za 8. razred

V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkrožen nepravilen odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu priznajo začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
C	D	C	E	B	D	D	E

Utemeljitve:

A1. Izračunajmo $\left((-15)^5 - 3^5(-5)^5 - (-1)^{2018}\right)^3 = (-15^5 - 3^5 \cdot (-5^5) - 1)^3 =$ $= (-15^5 + 15^5 - 1)^3 = (-1)^3 = -1.$

A2. Izračunajmo $\sqrt{600} - 0{,}2\sqrt{54} - \left(\sqrt{6} - 4{,}8\sqrt{\frac{2}{3}}\right) - 12\sqrt{\frac{1}{6}} = 10\sqrt{6} - \frac{1}{5}\cdot 3\sqrt{6} - \sqrt{6} + 4\frac{4}{5}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{12}{\sqrt{6}} =$ $= 9\sqrt{6} - \frac{3}{5}\sqrt{6} + 4\frac{4}{5}\cdot\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{3} - \frac{12\sqrt{6}}{6} = 9\sqrt{6} - \frac{3}{5}\sqrt{6} + \frac{24\sqrt{6}}{15} - 2\sqrt{6} = 7\sqrt{6} - \frac{3}{5}\sqrt{6} + \frac{8}{5}\sqrt{6} =$ $7\sqrt{6} + \sqrt{6} = 8\sqrt{6}$. Rezultat pomnožimo s $\sqrt{6}$ in dobimo 48.

A3. Velikost kota $\sphericalangle BSC = 180 - 40° = 140°$, torej je velikost kota $\sphericalangle SCB = 20°$. Trikotnik BCS je enakokrak, v katerem velja $|SC| = |SB|$. Ker je točka S razpolovišče stranice AB, je tudi $|SC| = |SA|$. Potemtakem je trikotnik ASC enakokrak z osnovnico AC. Velikost kota $\sphericalangle SAC = \frac{180° - 40°}{2} = 70°$.

A4. Šest deklet skupaj tehta 360 kg. Ko se jim pridružita še Ana in Sonja, skupaj tehtajo 464 kg. Če z x označimo, koliko tehta Ana, zapišemo enačbo $x - 8 + x = 104$. Rešitev enačbe je $x = 56$ kg.

A5. Označimo z m število modrih bonbonov, z r pa število rdečih bonbonov. Iz besedila lahko zapišemo zvezo: $0{,}6m = 0{,}3r$, torej je $r = 2m$ oziroma rdečih bonbonov je dvakrat toliko kot modrih. Od tod sledi, da modri bonboni predstavljajo $\frac{1}{3}$ vseh.

A6. Ker je $x^2 > x$, je $x > 1$ ali pa $x < 0$. Prva možnost odpade, saj bi tedaj moralo veljati $x^3 > x^2$. Če bil $x < -1$, bi veljalo $x^3 < x$. Torej velja $-1 < x < 0$. Pravilen je odgovor D.

A7. Za decimalno vejico so zapisana vsa števila od 1 do 2018. Z enomestnimi števili zapišemo 9 decimalk, z dvomestnimi $90 \cdot 2 = 180$, s trimestnimi pa $900 \cdot 3 = 2700$ decimalk. Števila od 1000 do 2018 zapišemo z $(2018 - 999) \cdot 4 = 1019 \cdot 4 = 4076$ števkami. Skupaj je to 6965 decimalk.

A8. Vsota dolžin vseh palčk je enaka obsegu kvadrata, zato mora biti deljiva s 4. Glede na ponujene odgovore dobimo naslednje vsote: $66,\ 78,\ 91,\ 105$ in 120, kar pomeni, da lahko sestavi kvadrat iz 15 palčk.

B1. Širine pravokotnikov so enake $b,\ b-1,\ b-2,\ b-3$ ter $b-4$, torej je širina sestavljenega pravokotnika enaka $b+(b-1)+(b-2)+(b-3)+(b-4)=5b-10$. Njegov obseg pa je enak $o=2a+2(5b-10)=2a+10b-20$.
Iz dane ploščine kvadrata izračunamo dolžino njegove stranice: $a=20$. Ker velja $a=5b-10$, sledi $b=6$. Najmanjši pravokotnik ima zato dolžini stranic $a=20$ in $b-4=2$.

Zapisana širina sestavljenega pravokotnika .... 1 točka
Zapisan obseg sestavljenega pravokotnika .... 1 točka
Izračunana dolžina stranice kvadrata .... 1 točka
Izračunana dolžina širine pravokotnika: b .... 2 točki
Zapisani dolžini stranic najmanjšega pravokotnika .... 1 točka

B2. Porabili so $816:24=34$ zabojev vode. Označimo z x število zabojev, ki jih je kupil Janez. Zapišemo enačbo $x+4+x=34$, katere rešitev je 15. Janeze je kupil $24\cdot 15=360$ plastenk vode, torej je založil $360\cdot 0,3=108$ €.

Izračunano število zabojev .... 1 točka
Zapisana enačba .... 2 točki
Rešitev enačbe .... 1 točka
Izračunan dolg gasilskega društva do Janeza .... 2 točki

B3. V sodu je $\frac{3}{5}\cdot 200=120$ litrov soka, ki vsebuje $\frac{60}{100}\cdot 120=72$ litrov sadnega deleža. Če bi sod do vrha napolnili z vodo, bi dobili 200 litrov soka z 72 litri sadnega deleža. Torej bi bilo v soku $\frac{72}{200}=\frac{36}{100}=36\ \%$ sadnega deleža.
Naj bo x količina soka, ki jo Manca nadomesti z vodo. Količina sadnega deleža v $120-x$ litrih soka je enaka $\frac{60}{100}\cdot(120-x)$. V razredčenem soku pa je $\frac{20}{100}\cdot 120=24$ litrov sadnega deleža. Dobimo enačbo $0{,}6\cdot(120-x)=24$, katere rešitev je $x=80$. Torej je odlila 80 litrov soka.

Izračunana količina soka v sodu .... 1 točka
Izračunana količina sadnega deleža v 120 litrih soka .... 1 točka
Izračunan ter izražen sadni delež v $\%$ v 200 litrih soka .... 1 točka
Izračunana količina sadnega deleža v 120 litrih razredčenega soka .... 1 točka
Zapisana količina sadnega deleža v $120-x$ litrih soka .... 1 točka
Izračunana količina soka, ki ga je Manca odlila .... 1 točka

54. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 21. april 2018

Rešitve za 9. razred

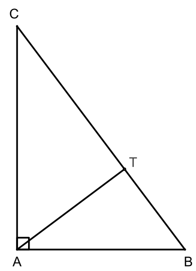
V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkrožen nepravilen odgovor pol točke odštejemo. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se vsakemu tekmovalcu priznajo začetne 4 točke.

1	2	3	4	5	6	7	8
C	E	B	E	D	E	B	C

Utemeljitve:

A1. Aritmetična sredina bo najmanjša v primeru, ko Jure na tablo zapiše le števila 1, 2 ali 3. Ker je modus enak 3, je enk oziroma dvojk največ 5. Skupno število enk in dvojk je $15 - 6 = 9$. Torej bo aritmetična sredina najmanjša v primeru, ko je Jure na tablo zapisal 5 enk in 4 dvojke. Le ta je enaka $\frac{5 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 3}{15} = \frac{31}{15}$.

A2. Trikotnik ABC je pravokoten s pravim kotom v oglišču A. Trikotniki ABC, TAC in TBA so si podobni. S primerjavo prvega in drugega zapišemo razmerje $|CT| : |AC| = |AC| : |BC|$ oziroma $|CT| : 4 = 4 : 5$. Torej je $|CT| = \frac{16}{5}$. Za prvi in tretji trikotnik lahko zapišemo razmerje $|TB| : |AB| = |AB| : |BC|$ oziroma $|TB| : 3 = 3 : 5$. Od tod je $|TB| = \frac{9}{5}$. Iskano razmerje je enako $9 : 16$.



A3. V danem izrazu izračunamo levo stran in dobimo $a^2 - 31a + 58 = 89$. Preoblikujemo ga v $a^2 = 31 + 31a$, izpostavimo 31 in zapišemo $\frac{a^2}{a+1} = 31$.

A4. Naj bo a dolžina prve katete danega trikotnika. Dolžina druge katete je enaka $a - 10$, dolžina hipotenuze pa $a + 10$. Upoštevamo Pitagorov izrek in dobimo enačbo $a^2 + (a - 10)^2 = (a + 10)^2$. Preoblikujemo jo v $a(a - 40) = 0$. Torej sta kateti dolgi 40 cm in 30 cm, ploščina trikotnika pa je enaka $600\ \text{cm}^2$ oziroma $6\ \text{dm}^2$.

A5. Zapišimo ploščine mejnih ploskev $S_1 = ab = 2\ \text{m}^2$, $S_2 = bc = 3\ \text{m}^2$ in $S_3 = ac = 6\ \text{m}^2$. Pomnožimo vse tri enakosti in dobimo $a^2b^2c^2 = 6^2$. Od tod je prostornina enaka $V = abc = 6\ \text{m}^3$.

A6. Število a^b mora biti čim manjše, število c^d pa čim večje. Drugo število je zato zagotovo pozitivno, kar velja le v primerih $d = -2$ ali $d = -4$. Po velikosti primerjajmo števila $(-1)^{-2} = 1$, $(-1)^{-4} = 1$, $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$, $(-3)^{-4} = \frac{1}{81}$, $(-4)^{-2} = \frac{1}{16}$ in $(-2)^{-4} = \frac{1}{16}$. Torej je $c = -1$. Prvo število bo čim manjše, če bo negativno. To se zgodi, če je b liho število in zato je $b = -3$. Primerjamo med sabo še števili $(-2)^{-3} = -\frac{1}{8}$ in $(-4)^{-3} = -\frac{1}{64}$. Sledi, da je $a = -2$. Iskani zmnožek števil je enak $bd = -3 \cdot (-4) = 12$.

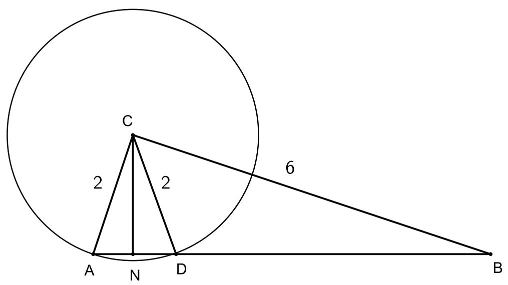
A7. Zapišemo Pitagorov izrek za višino pravilne enakorobe štiristrane piramide: $v_1^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}$. Piramida je zato visoka $v_1 = 3\sqrt{2}$ cm. Prostornina razporejenega voska je enaka prostornini kvadra: $V_2 = a^2 v_2 = 36 v_2$, kjer je v_2 višina, do katere sega vosek. Prostornini piramide in kvadra sta enaki, zato velja $\frac{36 v_1}{3} = 36 v_2$. Torej je $v_2 = \sqrt{2}$ cm.

A8. Absolutne razlike pik pri metu dveh kock so lahko: $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$ in 5. Število vseh možnih izidov je pri metu dveh kock enako 36. Zanima nas le $\frac{2}{3} \cdot 36 = 24$ možnosti. Razlika 0 se pojavi v šestih metih, 1 v desetih, 2 v osmih. Skupaj se vse tri pojavijo v 24 metih, torej je $a > 2$ oziroma $a = 3$.

B1. Naj bo n število stranic večkotnika. Ker je število diagonal enako $\frac{n(n-3)}{2}$, zapišemo enačbo $\frac{n(n-3)}{2} + 2n = 55$. Preoblikujemo jo v $n(n+1) = 110 = 10 \cdot 11$. Edina možnost za $n = 10$. Vsota notranjih kotov je enaka $(n-2) \cdot 180° = 8 \cdot 180° = 1440°$.

Zapisano število diagonal .... **1 točka**
Zapisana enačba za vsoto vseh diagonal, vseh stranic in vseh oglišč ... **1 točka**
Zapisana enačba in razcep števila n**:** $n(n+1) = 10 \cdot 11$ .... **2 točki**
Rešitev enačbe $n = 10$ .... **1 točka**
Izračunana vsota notranjih kotov .... **1 točka**

B2. Dolžina hipotenuze $|AB|$ v trikotniku ABC je enaka $c^2 = 6^2 + 2^2 = 40$ oziroma $c = 2\sqrt{10}$ cm. Izračunamo njegovo ploščino $S = \frac{2 \cdot 6}{2} = 6$ cm^2. Ploščina je enaka tudi $S = \frac{c \cdot v}{2}$, kjer je v višina trikotnika. Torej je višina enaka $v = \frac{2 \cdot S}{c} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$. Trikotnik ADC je enakokrak z osnovnico AD. Njegova višina je enaka višini trikotnika ABC. Uporabimo Pitagorov izrek za dolžino daljice AN, kjer je točka N nožišče višine na stranico AD in hkrati tudi njeno razpolovišče: $|AN|^2 = 2^2 - \left(\frac{3\sqrt{10}}{5}\right)^2 = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$. Dolžina stranice $|AD| = 2 \cdot |AN| = \frac{2\sqrt{10}}{5}$. Razmerje $|AD| : |AB| = \frac{2\sqrt{10}}{5} : 2\sqrt{10} = \frac{1}{5} : 1 = 1 : 5$.



Izračunana dolžina hipotenuze .... **1 točka**
Izračunana ploščina .... **1 točka**
Izračunana višina .... **1 točka**
Ugotovitev, da je trikotnik ADC **enakokrak** .... **1 točka**
Izračunana dolžina daljice $|AN|$ .... **1 točka**
Izračunana dolžina stranice $|AD|$ **ter zapisano razmerje** .... **1 točka**

Opomba: Rezultati, dobljeni z merjenjem, ne štejejo.

B3. Naj bo n število piškotov v eni škatli, število naročenih škatel pa $\underline{a}\,\underline{b}$. Razlika med naročenim številom in spakiranim je $n(\underline{a}\,\underline{b} - \underline{b}\,\underline{a})$ oziroma $n(10a + b - (10b + a) = n(9a–9b) = 9n(a-b)$. Razcepimo število 4248 (najprej ga delimo z 9) in dobimo $4248 = 9 \cdot 8 \cdot 59$ oziroma $n(a-b) = 8 \cdot 59$. Torej je n lahko samo 59 in $a–b = 8$, kar velja samo v primeru $a = 9$ in $b = 1$. Naročili so 91 škatel piškotov.

Z izrazom zapisana razlika med naročenim in spakiranim številom ...... **1 točka**
Zapisana razlika v desetiškem zapisu .... **1 točka**
Razcep števila 4248 **na prafaktorje** .... **1 točka**
Utemeljena ugotovitev, da je število piškotov v eni škatli enako 59 .... **1 točka**

Zapisana razlika števk: $a - b = 8$ .... **1 točka**
Zapisana rešitev .... **1 točka**

Opomba: Za rešitev s pomanjkljivo utemeljitvijo tekmovalec prejme 1 točko.