**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

dMFA

55. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 13. april 2019

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 5. razred

Čas reševanja: **90 minut**. *V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo preglednico, desno preglednico pusti prazno. Vsaka naloga sklopa A ima natanko en pravilen odgovor. Komisija bo pri vrednotenju odgovorov sklopa A upoštevala samo odgovore, zapisane v preglednico.*

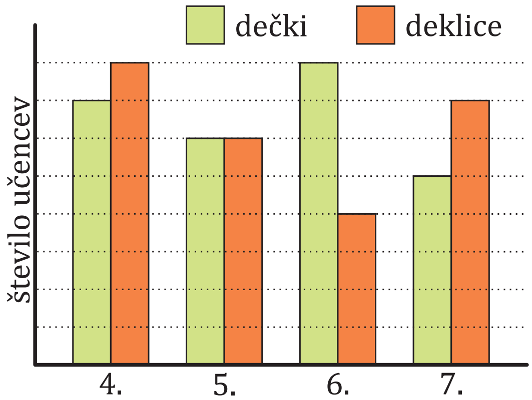
A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2

A1. Na katero mesto naj Maja zaokroži število 407 619, da bo dobila največje število?

(**A**) na mesto desetic (**B**) na mesto stotic (**C**) na mesto tisočic
(**D**) na mesto desettisočic (**E**) na mesto stotisočic

A2. S prikaza je razvidno, koliko dečkov in deklic je v 4., 5., 6. in 7. razredu. V 6. in 7. razredu je skupaj 96 dečkov in deklic. Kolikšno je skupno število deklic iz 4. razreda in dečkov iz 5. razreda?

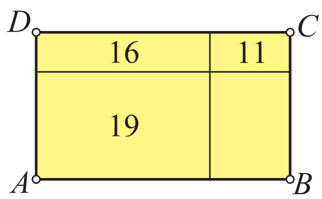


(**A**) 13 (**B**) 30 (**C**) 42 (**D**) 56 (**E**) 60

A3. Nalivno pero stane 4 evre več kot svinčnik. Klemen je kupil 3 nalivna peresa in 5 svinčnikov ter za to plačal 60 evrov. Koliko stane svinčnik?

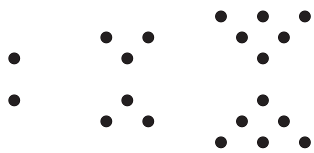
(**A**) 5 evrov (**B**) 6 evrov (**C**) 8 evrov
(**D**) 11 evrov (**E**) 12 evrov

A4. Jaka je narisal pravokotnik $ABCD$ in ga razdelil na 4 manjše pravokotnike. Povedal je, da so obsegi treh manjših pravokotnikov enaki 11 cm, 16 cm in 19 cm ter da obseg četrtega pravokotnika ni ne največji ne najmanjši. Kolikšen je obseg pravokotnika $ABCD$?



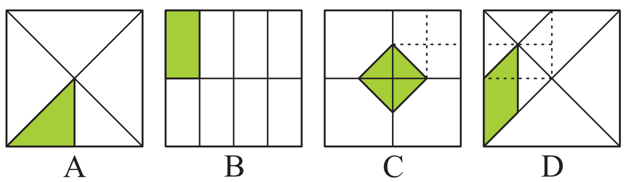
(**A**) 27 cm (**B**) 30 cm (**C**) 32 cm (**D**) 35 cm (**E**) 38 cm

A5. Koliko krogcev bo na sliki na 10. mestu, če nadaljuješ vzorec na sliki?



(**A**) 10 (**B**) 20 (**C**) 55 (**D**) 110 (**E**) 220

A6. Na slikah A, B, C in D so kvadrati z enako dolgo stranico in na vsakem kvadratu je en del pobarvan. Na kateri sliki je ploščina pobarvanega dela največja?



(**A**) A (**B**) B (**C**) C (**D**) D
(**E**) Vsi pobarvani deli imajo enako ploščino.

A7. Pet različno visokih sveč je razporejenih na svečniku od najnižje do najvišje. Višini katerih koli sosednjih dveh sveč se razlikujeta za 2 cm. Vse gorijo enako hitro: vsaka se v eni uri zaradi dogorevanja zniža za 15 mm. Vse sveče prižgemo istočasno. Po kolikem času bodo dogorele vse, če najnižja dogori v 4 urah?

(**A**) 50 minut (**B**) 4 ure (**C**) 9 ur 20 minut
(**D**) 33 ur 20 minut (**E**) 50 ur

A8. Tri nogometna moštva so med sabo igrala tekme za trening. Moštvo O je odigralo 6 tekem, moštvo M 7 tekem in moštvo T 11 tekem. Koliko tekem sta odigrali med sabo moštvi O in T?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

B1. Izračunaj vrednost izraza $12 + 8 : (5 - (4 \cdot (5 \cdot 2 - 7) - (6 \cdot 4 - 3 \cdot 5)) + 2) - 3$.

B2. Opazovalec prometa je ugotovil, da sta na vsakih 7 osebnih avtomobilov pripeljala 2 tovornjaka, na vsakih 8 tovornjakov pa 1 avtobus. Skupaj je naštel 740 vozil. Koliko je bilo med njimi avtomobilov in koliko tovornjakov?

55. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Državno tekmovanje, 13. april 2019

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 6. razred

Čas reševanja: **90 minut**. *V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo preglednico, desno preglednico pusti prazno. Vsaka naloga sklopa A ima natanko en pravilen odgovor. Komisija bo pri vrednotenju odgovorov sklopa A upoštevala samo odgovore, zapisane v preglednico.*

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2

A1. Kolikšna je vrednost izraza $45{,}3 : (3 \cdot (2^2 + 3^2 \cdot 2 + 0{,}81 : 0{,}027 : 10) : 10)$?

(**A**) $6{,}04$ (**B**) $2{,}85$ (**C**) $45{,}3$ (**D**) $28{,}5$ (**E**) 1

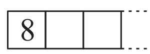
A2. Maja je v pesek z rimsko številko napisala število, od katerega je odštela 2019 in dobila razliko MCDLXXV. Njen mlajši brat je izbrisal dve črki v zapisu zmanjševanca. Tako je na tleh ostal zapis MMM_D_CIV. Kateri dve črki je izbrisal?

(**A**) X in X (**B**) C in X (**C**) M in C (**D**) C in C (**E**) C in I

A3. Učiteljica je Miji dala več kartončkov. Na vsakem je bila zapisana ena izmed števk $3, 2, 1$ ali 0. Prosila jo je, naj s kartončki oblikuje vsa 6-mestna števila, tako da bo vsota števk vsakega nastalega števila enaka 3. Največ koliko števil lahko sestavi Mija?

(**A**) 1 (**B**) 16 (**C**) 20 (**D**) 21 (**E**) 25

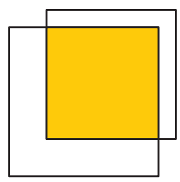
A4. Papirni trak je razdeljen na enake kvadratke in v prvem kvadratku je zapisano število 8. Vika bo po vrsti v vsak kvadratek sproti zapisovala števila, in sicer:



– če je v predhodnem kvadratku sodo število, bo zapisala polovico tega števila,
– če je v predhodnem kvadratku liho število, bo zapisala vsoto števil iz predhodnih dveh kvadratkov.
Katero število bo Vika zapisala v 2019. kvadratek po vrsti?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 8

A5. Dva kvadrata se prekrivata, kot kaže slika. Ploščina preseka predstavlja $\frac{3}{4}$ ploščine manjšega kvadrata. Ploščina preseka je enaka tudi $\frac{9}{16}$ ploščine večjega kvadrata. Kolikšno je razmerje med ploščinama manjšega in večjega kvadrata?



(**A**) $3 : 16$ (**B**) $1 : 4$ (**C**) $27 : 64$ (**D**) $4 : 9$ (**E**) $3 : 4$

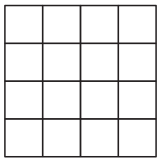
A6. Za štiri dvomestna števila, sestavljena iz števk x in y, velja: $\overline{xx} + \overline{xy} + \overline{yx} + \overline{yy} = 352$. Kolikšna je vsota števk $x + y$?

(**A**) 10 (**B**) 12 (**C**) 14 (**D**) 16 (**E**) 18

A7. Vrtnar potrebuje 6 ur, da prekoplje vrt, dolg 10 m in širok 10 m. Koliko časa bo porabil za gredico, dolgo 5 m in široko 5 m, če bo delal enako hitro kot v vrtu?

(**A**) 1 uro (**B**) 90 minut (**C**) 2 uri (**D**) 150 minut (**E**) 3 ure

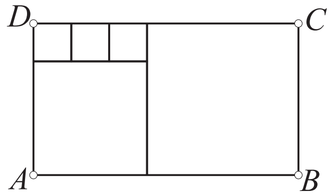
A8. Kvadrat s stranico 4 cm je razdeljen na 16 kvadratkov, kot kaže slika. Kolikšna je vsota ploščin vseh možnih kvadratov, ki jih lahko najdemo na sliki?



(**A**) $16\ \mathrm{cm}^2$ (**B**) $32\ \mathrm{cm}^2$ (**C**) $84\ \mathrm{cm}^2$ (**D**) $88\ \mathrm{cm}^2$ (**E**) $104\ \mathrm{cm}^2$

B1. V skladišču imamo 9 do vrha polnih posod soka, katerih prostornine so $1\ \ell$, $2\ \ell$, $3\ \ell$, $4\ \ell$, $5\ \ell$, $6\ \ell$, $7\ \ell$, $8\ \ell$ in $9\ \ell$. Zapiši vse možne razporeditve posod v vsaj dve skupini tako, da bo v vsaki skupini enako število posod in enaka količina soka.

B2. Pravokotnik $ABCD$ je sestavljen iz samih kvadratov. Vsota obsegov enega malega, srednjega in velikega kvadrata je 80 cm. Izračunaj obseg pravokotnika $ABCD$.



55. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 13. april 2019

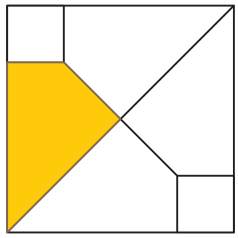
Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 7. razred

Čas reševanja: **120 minut**. *V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo preglednico, desno preglednico pusti prazno. Vsaka naloga sklopa A ima natanko en pravilen odgovor. Komisija bo pri vrednotenju odgovorov sklopa A upoštevala samo odgovore, zapisane v preglednico.*

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10

B1	B2

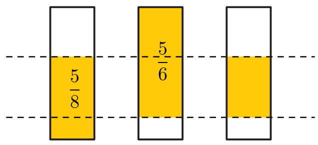


A1. Kvadrat s stranico dolžine 4 cm razdelimo na dva kvadratka s stranico dolžine 1 cm in štiri skladne štirikotnike. Kolikšna je ploščina osenčenega štirikotnika?

(A) $\frac{2}{3}$ cm^2 **(B)** 3 cm^2 **(C)** $\frac{15}{4}$ cm^2 **(D)** $\frac{7}{2}$ cm^2 **(E)** 15 cm^2

A2. S katerim okrajšanim ulomkom je zapisana vrednost izraza $\frac{3}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{3}}}$?

(A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{3}{7}$ **(C)** $\frac{2}{3}$ **(D)** $\frac{10}{11}$ **(E)** $3\frac{1}{3}$



A3. Na sliki so 3 skladni pravokotniki. Z ulomkoma je zapisano, kolikšen del prvega oziroma drugega pravokotnika je osenčen. Kolikšen del tretjega pravokotnika je osenčen?

(A) $\frac{11}{24}$ **(B)** $1\frac{11}{13}$ **(C)** $\frac{13}{24}$ **(D)** $\frac{3}{8}$ **(E)** $\frac{1}{2}$

A4. Obratna vrednost katerega izmed naštetih števil je najmanjša?

(A) $0{,}2019$ **(B)** $0{,}201\overline{9}$ **(C)** $0{,}20\overline{19}$ **(D)** $0{,}2\overline{019}$ **(E)** $0{,}\overline{2019}$

A5. Stranici AB in AC trikotnika ABC sta enako dolgi, kot v oglišču A pa je velik $40°$. V notranjosti trikotnika leži točka O, tako da sta kota $\angle CBO$ in $\angle ACO$ enako velika. Koliko je velik kot $\angle BOC$?

(A) $35°$ **(B)** $55°$ **(C)** $70°$ **(D)** $110°$ **(E)** $140°$

A6. Mia je kupila plašč, čevlje in hlače. Hlače so stale $\frac{2}{3}$ cene čevljev, plašč pa je stal $\frac{2}{3}$ vsote cen hlač in čevljev. Kolikšna je bila cena hlač, če je plašč stal 120 EUR?

(A) 60 EUR **(B)** 72 EUR **(C)** 108 EUR **(D)** 120 EUR **(E)** 126 EUR

A7. Čarobni leteči zmaj se odziva na dve besedi: pri HOP se dvigne za 20 % trenutne višine, pri DOL se spusti za 25 % trenutne višine. Po zaporedju ukazov HOP-HOP-DOL-HOP-DOL poleti zmaj na višino 486 m. Kako visoko je bil, preden je dobil omenjeno zaporedje ukazov?

(A) $437{,}4$ m **(B)** $441{,}8$ m **(C)** 500 m **(D)** $534{,}6$ m **(E)** 600 m

A8. Katera izmed izjav je pravilna za neko naravno število k?

(**A**) $6 \cdot k = 1216788$ (**B**) $5 \cdot k = 2^3 \cdot 4 \cdot 7^5$ (**C**) $2 \cdot k = 1234569$ (**D**) $3^2 \cdot k = 1245387$
(**E**) nobena izmed navedenih izjav

A9. V mizarski delavnici so dobili naročilo za 34 stolov in 12 miz. Najprej so izdelali 4 stole, nato 12 miz in na koncu še 30 stolov. Stole in mize so sproti zlagali v skladišče in jih odpeljali naročniku, ko so bili izdelani vsi naročeni izdelki. Kolikokrat je bilo v skladišču dvakrat toliko enih izdelkov kot drugih?

(**A**) enkrat (**B**) dvakrat (**C**) trikrat (**D**) štirikrat (**E**) nikoli

A10. Katero je največje praštevilo, ki deli vsako trimestno število, sestavljeno iz treh enakih neničelnih števk?

(**A**) 13 (**B**) 19 (**C**) 31 (**D**) 37 (**E**) 91

B1. Na nekem smučišču so letno vozovnico v primerjavi s prejšnjo sezono podražili za 68 %, a se je izkupiček od prodaje zvišal le za 5 %. Za koliko odstotkov je upadlo število prodanih letnih vozovnic?

B2. Točka D je nožišče višine na hipotenuzo AB pravokotnega trikotnika ABC. Presek simetrale pravega kota s hipotenuzo je točka E. Kot med simetralo pravega kota in višino na hipotenuzo pravokotnega trikotnika je enak $\frac{1}{9}$ velikosti drugega ostrega kota trikotnika CED. Koliko sta velika ostra kota trikotnika ABC?

55. tekmovanje iz matematike
za Vegovo priznanje
Državno tekmovanje, 13. april 2019

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 8. razred

Čas reševanja: **120 minut**. *V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo preglednico, desno preglednico pusti prazno. Vsaka naloga sklopa A ima natanko en pravilen odgovor. Komisija bo pri vrednotenju odgovorov sklopa A upoštevala samo odgovore, zapisane v preglednico.*

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. Kolikšna je vrednost izraza $\sqrt{\frac{49}{48}} - \sqrt{\frac{48}{49}}$?

(**A**) $-\frac{\sqrt{3}}{84}$ (**B**) $\frac{\sqrt{3}}{84}$ (**C**) 1 (**D**) $\sqrt{3}$ (**E**) $\frac{84}{\sqrt{3}}$

A2. Katera je zadnja števka vsote $201^9 + 9^{201}$?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 3 (**D**) 8 (**E**) 9

A3. V petkotniku je kot α enak $\frac{3}{8}$ največjega kota, kot β je enak $\frac{9}{16}$ največjega kota, kot γ je enak $\frac{11}{16}$ največjega kota, kot δ pa je enak $\frac{3}{4}$ največjega kota. Kolikšna je velikost največjega kota petkotnika?

(**A**) $150°$ (**B**) $160°$ (**C**) $170°$ (**D**) $175°$ (**E**) $190°$

A4. Obratna vrednost nasprotne vrednosti katerega od naštetih števil je največja?

(**A**) $0{,}2019$ (**B**) $0{,}201\overline{9}$ (**C**) $0{,}20\overline{19}$ (**D**) $0{,}2\overline{019}$ (**E**) $0{,}\overline{2019}$

A5. Za 7 kg breskev plačamo enako kot za 1 kg jabolk in 2 kg grozdja skupaj. Za 7 kg jabolk plačamo enako kot za 10 kg grozdja in 1 kg breskev skupaj. Koliko kilogramov grozdja lahko kupimo za ceno 12 kg jabolk?

(**A**) 9 (**B**) 12 (**C**) 18 (**D**) 24 (**E**) 28

A6. Večkotnik, ki ga je opazovala Janja, je imel 3-krat toliko stranic in 10-krat toliko diagonal kot večkotnik, ki ga je opazoval Jure. Kateri večkotnik je opazovala Janja?

(**A**) trikotnik (**B**) 10-kotnik (**C**) 15-kotnik (**D**) 21-kotnik (**E**) 63-kotnik

A7. Zaradi suše se je gladina jezera znižala za 10 %. Po obilnem deževju se je dvignila za 15 %, tako je bila 35 cm višja kot pred sušo. Kolikšna je bila višina gladine jezera pred sušo?

(**A**) 1 m (**B**) 7 m (**C**) 10 m (**D**) 12 m (**E**) 15 m

A8. Iz vremenskega poročila za Ljubljano smo razbrali, da so bile jutranje temperature (v °C) pet dni zapored med seboj različne in da je bil zmnožek njihovih vrednosti enak 12. Vrednosti temperatur so bile v poročilu zapisane s celimi števili. Kolikšna je vsota vrednosti izmerjenih temperatur v teh 5 dneh?

(**A**) 8 (**B**) 7 (**C**) 5 (**D**) 4 (**E**) 3

B1. Izračunaj vrednost izraza $\sqrt{\frac{2019-(-2)^5-3\cdot 2^0}{(-8)^2}} : \sqrt{2}+\frac{2019^2-81}{2^3} : (4^3+3)$.

B2. V množici je 75 štirikotnikov, ki so rombi, deltoidi ali pravokotniki. Izmed pravokotnikov je četrtina kvadratov. Rombov je dvakrat toliko kot pravokotnikov. Deltoidov pa je trikrat toliko kot pravokotnikov. Koliko kvadratov je v množici?

B3. Romb $ABCD$ in kvadrat $DCEF$ se od zunaj dotikata vzdolž daljice CD. Točka G je presečišče daljic AC in BE. Kolikšna je velikost kota $\measuredangle AGB$? Odgovor računsko utemelji!

55. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 13. april 2019

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 9. razred

Čas reševanja: **120 minut**. *V sklopu A bomo pravilen odgovor ovrednotili z dvema točkama, za nepravilnega pa bomo pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo preglednico, desno preglednico pusti prazno. Vsaka naloga sklopa A ima natanko en pravilen odgovor. Komisija bo pri vrednotenju odgovorov sklopa A upoštevala samo odgovore, zapisane v preglednico.*

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

A1. V srednjem veku je mesto imelo obzidje v obliki kroga. Tuja vojska ga je hotela zavzeti, zato so se tuji vojaki razporedili na razdalji 3 km od zidu in tako oblikovali krožnico z obsegom 16π km. Kolikšen je bil obseg obzidja?

(A) 4π km **(B)** 8π km **(C)** $5\frac{1}{3}\pi$ km **(D)** 10π km **(E)** 13π km

A2. Daljši višini pravokotnega trikotnika sta dolgi 3 cm in $\sqrt{3}$ cm. Koliko je dolga najkrajša višina?

(A) 1 cm **(B)** $\frac{1}{2}$ cm **(C)** $\frac{3}{2}$ cm **(D)** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm **(E)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm

A3. Na izpitu je 20 % študentov doseglo oceno 6, 30 % študentov oceno 7, 15 % študentov oceno 8, 5 % študentov oceno 9 in ostali 10. Kolikšna je bila razlika med povprečno vrednostjo in mediano ocen?

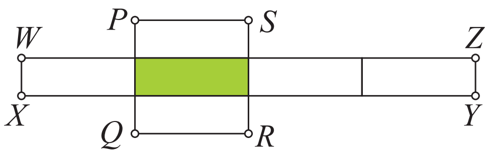
(A) 0 **(B)** $0{,}05$ **(C)** $0{,}35$ **(D)** $0{,}45$ **(E)** $3{,}5$

A4. Naj bo $x - \frac{y}{3} = 4$. Koliko je $\frac{8^x}{2^y}$?

(A) 2^{12} **(B)** 4^4 **(C)** 8^2 **(D)** 4^{-3}

(E) Izraz zavzame različne vrednosti glede na x in y.

A5. Osenčeni del predstavlja $\frac{1}{3}$ ploščine štirikotnika $QRSP$ in $\frac{1}{4}$ ploščine štirikotnika $XYZW$. Velja tudi $|PS| : |WX| = 3 : 1$. Kolikšno je razmerje $|PQ| : |WZ|$?



(A) $1 : 2$ **(B)** $1 : 3$ **(C)** $1 : 4$ **(D)** $1 : 6$ **(E)** $1 : 9$

A6. Mravlja in hrošček tekmujeta v teku. Tečeta s konstantno hitrostjo. Mravlja pusti hroščku 30 cm prednosti, po 6 sekundah pa je že 24 cm pred njim. Po 10 s od začetka tekme je mravlja v cilju. Koliko centimetrov ima v tem trenutku hrošček še do cilja?

(A) 24 cm **(B)** 60 cm **(C)** 72 cm **(D)** 90 cm

(E) ne da se natančno določiti

A7. Koliko celih števil reši neenačbo $|\sqrt{7} - x| \leq 4$?

(A) vsa **(B)** 2 **(C)** 4 **(D)** 6 **(E)** 8

A8. Kolo sreče ima 18 polj, oštevilčenih s števili od 1 do 18, pri čemer so polja s praštevili obarvana rdeče, ostala pa so bela. Kolikšna je verjetnost, da se kolo ustavi na rdečem polju, oštevilčenem z deliteljem števila 30?

(A) $\frac{1}{6}$ **(B)** $\frac{2}{9}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$ **(E)** 1

B1. Obravnavaj enačbo $(2x+3)^2-(2x-a)(2x+a)=2a(2x+a)$ z neznanko x.

B2. Dan je pravokotni trikotnik ABC, katerega dolžini katet sta v razmerju $a : b = 12 : 5$. Na hipotenuzi pravokotnega trikotnika leži središče krožnice, ki se dotika katete a in gre skozi oglišče A. Nariši skico in izračunaj razmerje med polmerom dane krožnice in dolžino katete b.

B3. Pred štirimi leti je bila Eva za 20 % mlajša od Blaža, čez štiri leta pa bo Blaž za 15 % starejši od Eve. Koliko sta stara Eva in Blaž letos?

55. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 13. april 2019

Rešitve nalog za 5. razred

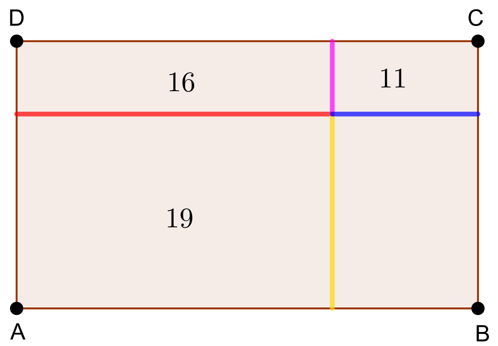
A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
D	D	B	B	D	E	C	D

A1. Število zaokrožimo na vsa predlagana mesta. Zapovrstjo dobimo: $407\,620$, $407\,600$, $408\,000$, $410\,000$ in $400\,000$. Največje število nastane, ko zakrožimo na desettisočice.

A2. 96 dečkov in deklic 6. in 7. razreda predstavlja 24 kvadratkov iz diagrama, torej en kvadratek predstavlja 4 osebe. Deklice iz 4. razreda so predstavljene z 8, dečki iz 5. razreda pa s 6 kvadratki. Teh 14 kvadratkov predstavlja $16 \cdot 4 = 56$ oseb.

A3. Tri nalivna peresa in pet svinčnikov skupaj stane 12 evrov več kot 8 svinčnikov. Klemen bi za 8 svinčnikov plačal $60 - 12 = 48$ evrov, torej eden stane 6 evrov.

A4. Obseg pravokotnika $ABCD$ je enak vsoti dolžin dveh rdečih, dveh rumenih , dveh modrih in dveh vijoličnih daljic. Iz dolžin rdeče in rumene daljice dobimo obseg največjega notranjega pravokotnika, iz ostalih dveh pa najmanjšega. Vsota obsegov najmanjšega in največjega notranjega pravokotnika je enaka obsegu pravokotnika $ABCD$, torej 30 cm.



A5. Slika na 10. mestu bo imela $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 = 110$ krogcev.

A6. Celoten kvadrat pokrijemo z 8 osenčenimi trikotniki s prve slike oziroma z 8 osenčenimi pravokotniki z druge slike. Na tretji sliki vsakega od notranjih 4 kvadratov, ki skupaj tvorijo celoten kvadrat, pokrijemo z dvema osenčenima kvadratoma. Za celotnega torej potrebujemo 8 takih kvadratov. Z osenčenim paralelogramom na četrti sliki pokrijemo oba trikotnika v levem zgornjem kotu. Za celoten kvadrat potrebujemo 16 takih trikotnikov oziroma 8 osenčenih paralelogramov. Vsi pobarvani liki imajo zato enako ploščino.

A7. Najnižja sveča je visoka $4 \cdot 1,5 = 6$ cm. Naslednje štiri so po vrsti visoke 8, 10, 12 in 14 cm. Sveča visoka, 12 cm, dogori v $4 \cdot 2 = 8$ urah. Za 5 mm se sveče skrajšajo v 20 minutah, torej dogorijo za 20 mm$=$ 2 cm v $4 \cdot 20 = 80$ minutah oziroma 1 uri in 20 minut. Najvišja sveča dogori zadnja, in sicer po 9 urah in 20 minutah.

A8. Seštejemo število tekem, ki sta jih odigrali moštvi O ter T, in odštejemo število tekem, ki jih je odigralo moštvo M. Dobimo dvakrat šteto število tekem med O in T. Torej je iskano število tekem enako: $(6 + 11 - 7) : 2 = 5$.

B1.

$12 + 8 : (5 - (4 \cdot (5 \cdot 2 - 7) \,\check{}\, (6 \cdot 4 - 3 \cdot 5)) + 2) - 3 =$
$= 12 + 8 : (5 - (4 \cdot 3 - (24 - 15)) + 2) - 3 =$
$= 12 + 8 : (5 - (12 - 9) + 2) - 3 =$
$= 12 + 8 : (5 - 3 + 2) - 3 =$
$= 12 + 8 : 4 - 3 = 9 + 2 = 11$

Izračunana vrednost prvega odštevanca v delitelju: 12**.** ...... 2 **točki**
Izračunana vrednost drugega odštevanca v delitelju: 9**.** ...... 1 **točka**
Izračunana vrednost delitelja: 4**.** ...... 1 **točka**
Razvidno upoštevanje vrstnega reda operaciji....... 1 **točka**
Izračunana vrednost izraza: 11**.** ...... 1 **točka**

B2.

Tovornjakov je osemkrat toliko kot avtobusov, na en avtobus pride 8 tovornjakov in 28 osebnih avtomobilov $(4 \cdot 7)$, torej lahko vozila obravnavamo v skupinah po $1 + 8 + 28 = 37$. Delimo $740 : 37 = 20$, skupaj je videl 20 takih skupin, avtomobilov je tedaj $20 \cdot 28 = 560$, tovornjakov pa $20 \cdot 8 = 160$.

Zapisana ugotovitev o številu tovornjakov in osebnih avtomobilov na en avtobus. . . . . . . 2 **točki**
Zapisan sklep o številu vozil v eni skupini. . . . . . . 1 **točka**
Izračunano število skupin. . . . . . . 1 **točka**
Zapisan sklep o številu avtomobilov. . . . . . . 1 **točka**
Zapisan sklep o številu tovornjakov. . . . . . . 1 **točka**

55. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 13. april 2019

Rešitve nalog za 6. razred

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
A	B	D	B	E	D	B	E

A1. Izračunajmo:
$45{,}3 : (3 \cdot (2^2 + 3^2 \cdot 2 + 0{,}81 : 0{,}027 : 10) : 10) = 45{,}3 : \big(3 \cdot \big(4 + 18 + \frac{810}{27} : 10\big) : 10\big) =$
$= 45{,}3 : \big(3 \cdot \big(22 + \frac{81}{27}\big) : 10\big) = 45{,}3 : (3 \cdot (22 + 3) : 10) = 45{,}3 : (3 \cdot 25 : 10) = 45{,}3 : 7{,}5 =$
$= \frac{453}{75} = \frac{151}{25} = \frac{604}{100} = 6{,}04$

A2. Zapis MCDLXXV predstavlja število 1475. Prištejemo 2019 in dobimo 3494, kar z rimsko številko zapišemo kot MMMCDXCIV. Pravilen je odgovor (**B**).

A3. S števkama 3 in 0 lahko sestavi le eno pravo 6-mestno število: $300\,000$. S števkami 1, 2 in 0 lahko sestavi pet pravih 6-mestnih števil, ki se začnejo z 1: $120\,000, 102\,000, 100\,200, 100\,020, 100\,002,$ ter pet takih, ki se začnejo z 2: $210\,000, 201\,000, 200\,100, 200\,010, 200\,001$. Mija lahko uporabi tri kartončke s števko 1 ter tri kartončke s števko 0. S temi kartončki lahko sestavi:
– štiri števila, ki se začnejo z 11: $111\,000, 110\,100, 110\,010, 110\,001,$
– tri števila, ki se začnejo s 101: $101\,100, 101\,010, 101\,001,$
– dve števili, ki se začneta s 1001: $100\,110, 100\,101$ in
– število $100\,011$.
Vsega skupaj Mija lahko sestavi: $1 + 5 + 5 + 10 = 21$ števil.

A4. Prva štiri števila so $8, 4, 2$ in 1. Zadnje med njimi je liho, zato naslednjega dobimo kot vsoto zadnjega in predzadnjega: $2+1 = 3$. Sledi število, ki je vsota zadnjih dveh: $1+3 = 4$. Opazimo, da se števila začnejo ponavljati v naslednjem vrstnem redu: $8, 4, 2, 1, 3, 4, 2, 1, 3, 4, 2, 1, 3, \ldots$ Brez upoštevanja števila 8 je v 2019. kvadratku število, ki stoji na 2018. mestu v vzorcu $4, 2, 1, 3, 4, 2, 1, 3, \ldots$. Ker pri deljenju 2018 s 4 ostane 2, je iskano število na drugem mestu v nizu $4, 2, 1, 3$. Pravilen je odgovor (**B**).

A5. Ploščina manjšega kvadrata predstavlja $\frac{4}{3}$ ploščine preseka, ploščina večjega kvadrata pa $\frac{16}{9}$. Razmerje ploščin je zato enako $\frac{4}{3} : \frac{16}{9} = \frac{3}{4} = 3 : 4$.

A6. Za števke na mestu enic velja: $A + B + A + B = 2 \cdot A + 2 \cdot B$, za števke na mestu desetic pa: $10 \cdot A + 10 \cdot A + 10 \cdot B + 10 \cdot B = 20 \cdot A + 20 \cdot B$. Skupaj je to enako: $22 \cdot A + 22 \cdot B$. Delimo število 352 z 22 in dobimo 16, torej je $A + B = 16$.

A7. Gredica, dolga 5 m in široka 5 m, predstavlja četrtino pravokotnega vrta, dolgega 10 m in širokega 10 m. Zato bo zanjo potreboval le četrtino časa, ki ga potrebuje za vrt, torej $1{,}5$ ure oziroma 90 minut.

A8. V kvadratu na sliki najdemo 16 kvadratkov s ploščino 1 cm^2, 9 kvadratov s ploščino 4 cm^2, 4 kvadrate s ploščino 9 cm^2 ter enega s ploščino 16 cm^2. Vsota vseh ploščin je enaka: $16 \cdot 1 + 9 \cdot 4 + 4 \cdot 9 + 1 \cdot 16 = 104$ cm^2.

B1. Devet posod razdelimo v vsaj dve skupini, tako da jih damo v 3 skupine po tri oziroma v 9 skupin z eno posodo. Druga možnost odpade, ker v nobeni skupini ne bo enaka količina soka. Skupna prostornina posod je $1+2+3+\ldots+9=45\ \ell$, zato je prostornina posod v vsaki skupini $45:3=15$ litrov. V prvo skupino damo najmanjšo posodo, tako ostane 14 litrov soka za preostali dve posodi. Edini dve možnosti sta: $1+6+8$ in $1+5+9$. V prvem primeru sta ostali skupini $2+4+9$ in $3+5+7$. V drugem primeru pa $2+6+7$ in $3+4+8$.

Ugotovitev, da posode razporedimo v 3 **skupine ali** 9 **skupin.** . . . . 1 **točka**
Sklep, da razporeditev v 9 **skupin ne pride v poštev.** . . . . 1 **točka**
Izračunana skupna prostornina posod. . . . . 1 **točka**
Sklep, da je skupna količina soka v vsaki skupini 15 **litrov.** . . . . 1 **točka**
Zapisana prva razporeditev. . . . . 1 **točka**
Zapisana druga razporeditev. . . . . 1 **točka**

B2. Dolžina stranice srednjega kvadrata je enaka trikratniku dolžine stranice malega kvadrata. Zato je obseg srednjega kvadrata enak trikratniku obsega malega kvadrata. Podobno je obseg velikega kvadrata enak štirikratniku obsega malega kvadrata, saj je dolžina stranice velikega kvadrata enaka štirikratniku dolžine stranice malega kvadrata. Vsota obsegov malega, srednjega in velikega kvadrata je torej enaka osemkratniku obsega malega kvadrata. Ker je ta vsota enaka 80 cm, je obseg malega kvadrata enak 10 cm, dolžina njegove stranice pa $2{,}5$ cm. Ena stranica osenčenega pravokotnika je enako dolga kot stranica velikega kvadrata, torej 10 cm. Dolžina druge stranice pravokotnika pa je enaka sedemkratniku dolžine stranice malega kvadrata, to je $17{,}5$ cm. Obseg senčenega pravokotnika je $2 \cdot 10 + 2 \cdot 17{,}5 = 55$ cm.

Ugotovitev, da je dolžina stranice srednjega kvadrata enaka trikratniku dolžine stranice malega kvadrata. ...... 1 **točka**
Ugotovitev, da je dolžina stranice velikega kvadrata enaka štirikratniku dolžine stranice malega kvadrata. ...... 1 **točka**
Ugotovitev, da je vsota obsegov 32**-kratnik obsega malega kvadrata.** ...... 1 **točka**
Izračunana dolžina stranice malega kvadrata: $2{,}5$ **cm.** ...... 1 **točka**
Izračunani dolžini stranic celotnega pravokotnika: 10 **cm in** $17,5$ **cm.** ...... 1 **točka**
Izračunan obsega celotnega pravokotnika: 55 **cm.** ...... 1 **točka**

Opomba: Rešitev pridobljena z ugibanjem ali poskušanjem je vredna največ 4 **točke.**

55. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 13. april 2019

Rešitve nalog za 7. razred

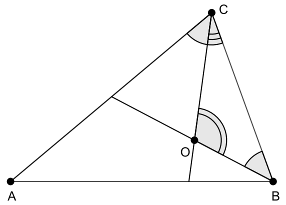
A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
D	D	A	B	D	B	C	A	D	D

A1. Ploščina enega osenčenega štirikotnika je enaka $\frac{1}{4} \cdot (4^2 - 2 \cdot 1^2) = \frac{7}{2}$.

A2. Izračunajmo: $\frac{3}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{3}}} = \frac{3}{3+\frac{1}{\frac{10}{3}}} = \frac{3}{3+\frac{3}{10}} = \frac{3}{\frac{33}{10}} = \frac{10 \cdot 3}{33} = \frac{10}{11}$.

A3. V prvem pravokotniku neosenčeni del predstavlja $\frac{3}{8}$ pravokotnika. Torej je osenčenih $\frac{5}{6} - \frac{3}{8} = \frac{11}{24}$ tretjega pravokotnika.

A4. Večje kot je število, manjša je njegova obratna vrednost. Torej je rešitev največje število med naštetimi. Vseh pet števil se ujema v prvih štirih decimalkah. Največje število je zato $0{,}201\overline{9}$, katerega peta decimalka je enaka 9 in je največja izmed petih decimalk naštetih števil.



A5.
Trikotnik ABC je enakokrak z osnovnico BC, torej sta kota β in γ skladna in sta velika $\frac{180° - 40°}{2} = 70°$. Kot $\measuredangle CBO$ je po velikosti enak kotu $\measuredangle ACO$, zato velja $\measuredangle CBO + \measuredangle OCB = \measuredangle ACO + \measuredangle OCB = \gamma$. Velikost kota $\measuredangle BOC = 180° - \measuredangle CBO - \measuredangle OCB = 180° - 70° = 110°$.

A6. Cena čevljev je enaka $\frac{3}{2}$ cene hlač, zato hlače in čevlji skupaj stanejo $\frac{5}{2}$ cene hlač. Plašč stane $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{3}$ cene hlač oziroma hlače stanejo $\frac{3}{5} \cdot 120 = 72$ EUR.

A7. Zapišimo računski izraz za zaporedje ukazov in končno višino zmaja: $1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}75 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}75 = \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{3}{1} = \frac{486}{500}$. Od tod sledi, da je bila začetna višina zmaja 500 m.

A8. Izjava B ni pravilna; desna stran enakosti v izjavi B ni večkratnik števila 5, leva pa je. Niti izjava C ni pravilna; leva stran enakosti je večkratnik števila 2, na desni strani enakosti pa je liho število. Prav tako ni pravilna izjava D; leva stran enakosti je večkratnik števila 9, vsota števk števila na desni strani enakosti pa je enaka 33 in ni deljiva z 9. Izjava A je pravilna, saj je na levi strani enakosti večkratnik števila 6, na desni pa sodo število, katerega vsota števk je enaka 33. Sodo število na desni strani enakosti je deljivo z 2 in s 3, torej je deljivo s 6 oziroma je večkratnik števila 6.

A9. Ko so izdelali 4 stole in 2 mizi, je bilo stolov dvakrat toliko kot miz. Ko so izdelali še 6 miz, so bili v skladišču 4 stoli in $2 + 6 = 8$ miz, torej je bilo miz dvakrat toliko kot stolov. Ko so izdelali vseh 12 miz in še 2 stola, je bilo v skladišču 12 miz in $4 + 2 = 6$ stolov, torej je bilo dvakrat toliko miz kot stolov. Ko so izdelali še 18 stolov, je bilo v skladišču 12 miz in $6+18 = 24$ stolov; tedaj je bilo stolov dvakrat toliko kot miz. Zapovrstjo zapišimo vse ugodne možnosti: 4 stoli in 2 mizi, 4 stoli in 8 miz, 6 stolov in 12 miz ter 24 stolov in 12 miz.

A10. Trimestno število, sestavljeno iz treh enakih neničelnih števk, zapišimo v obliki $\underline{aaa}$ oziroma $a \cdot 111$. Iz razcepa $111 = 3 \cdot 37$ uvidimo, da je 37 iskano praštevilo.

B1.

Rešitev 1.

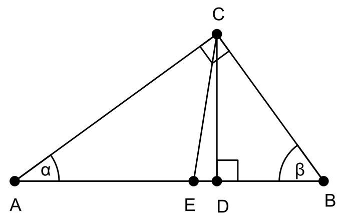
Število prodanih kart je enako razmerju med višino izkupička in ceno karte. Izkupiček letošnje sezone je $1{,}05$-krat tolikšen kot lani, cena karte pa je $1{,}68$-krat tolikšna. Izračunajmo razmerje in ga zapišimo z %: $\frac{1{,}05}{1{,}68}=\frac{105}{168}=\frac{35}{56}=\frac{5}{8}=\frac{625}{1000}=0{,}625=62{,}5$

Rešitev 2.

V prejšnjem letu so prodali n vozovnic po ceni c, izkupiček je bil enak $n\cdot c$. Nova cena je za 68 % višja oziroma je enaka $1{,}68\cdot c$. Izkupiček pa je enak $1{,}05\cdot n\cdot c$. Število prodanih vstopnic je torej enako $1{,}05\cdot n\cdot c:(1{,}68\cdot c)$ oziroma $0{,}625\cdot n$, kar je enako $62{,}5$ % prodanih kart v preteklem letu. Število prodanih kart je upadlo za $37{,}5$ %.

Zapisana višina cene karte v letošnji sezoni glede na lansko. ...... 1 **točka**
Zapisan sklep o izkupičku lanske sezone. ...... 1 **točka**
Zapisan sklep o izkupičku letošnje sezone. ...... 1 **točka**
Upoštevanje zveze med izkupičkoma. ...... 1 **točka**
Izračunano razmerje med izkupičkom in višino cene karte v letošnji sezoni. ...... 1 **točka**
Odgovor, da je število prodanih kart upadlo na $62{,}5$ **% oziroma za** $37{,}5$ **%.** ...... 1 **točka**

Opomba: Če je tekmovalec reševal nalogo na konkretnem primeru, dobi največ 4 **točke.**



B2.
Za trikotnik CED velja: $\measuredangle DEC + \measuredangle ECD = \measuredangle DEC + \frac{1}{9}\measuredangle DEC = \frac{10}{9}\measuredangle DEC = 90°$. Od tod sledi, da je kot $\measuredangle DEC$ velik $81°$ in $\measuredangle CEA = 99°$. Ker je daljica CE simetrala pravega kota, za velikost kota α velja: $\alpha + 99° + 45° = 180°$ oziroma $\alpha = 36°$. Iz enačbe: $\beta + \alpha = 90°$ pa sledi, da je kot β velik $54°$.

Opomba: Podobno dobimo, če vzamemo, da je kateta a daljša od katete b.

Zapisana enačba za vsoto velikosti kotov $\measuredangle DEC$ in $\measuredangle ECD$. ...... 1 **točka**
Izračunana velikost kota $\measuredangle DEC$. ...... 1 **točka**
Izračunana velikost kota$\measuredangle CEA$. ...... 1 **točka**
Sklep, da zaradi daljice CE velja: $\alpha + 99° + 45° = 180°$. ...... 1 **točka**
Izračunana velikost kota α. ...... 1 **točka**
Izračunana velikost kota β. ...... 1 **točka**

55. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 13. april 2019

Rešitve nalog za 8. razred

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
B	A	B	B	C	E	C	E

A1. Izračunajmo $\sqrt{\frac{49}{48}} - \sqrt{\frac{48}{49}} = \frac{7}{4\sqrt{3}} - \frac{4\sqrt{3}}{7} = \frac{49-48}{7\cdot 4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{28\cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{84}$.

A2. V številu 201^9 na mestu enic stoji 1. Število $9^{200} = (9^2)^{100} = 81^{100}$ ima na mestu enic 1, torej se število 9^{201} konča z 9. Zadnja števka vsote $201^9 + 9^{201}$ je 0.

A3. Označimo s φ največji notranji kot petkotnika. Seštejmo $\frac{3}{8}\varphi + \frac{9}{16}\varphi + \frac{11}{16}\varphi + \frac{3}{4}\varphi + \varphi = \frac{54}{16}\varphi$. Vsota velikosti notranjih kotov petkotnika je enaka $540°$, torej je kot φ velik $160°$.

A4. Večje kot je število, manjša je njegova nasprotna vrednost. Manjše kot je število, večja je njegova obratna vrednost. Čim večje je število, tem večja je obratna vrednost njegove nasprotne vrednosti. Torej je rešitev največje število med naštetimi. Vseh pet števil se ujema v prvih štirih decimalkah. Največje število je zato $0{,}201\overline{9}$, katerega peta decimalka je enaka 9 in je največja izmed petih decimalk naštetih števil.

A5. Za ceno 49 kg jabolk lahko kupimo 70 kg grozdja in 7 kg breskev. Ker 7 kg breskev stane toliko 1 kg jabolk in 2 kg grozdja skupaj, bi za 49 kg jabolk plačali toliko kot za 72 kg grozdja in 1 kg jabolk. Torej 48 kg jabolk stane toliko kot 72 kg grozdja in za ceno 12 kg jabolk lahko dobimo $\frac{72}{4} = 18$ kg grozdja.

A6. Število diagonal v n-kotniku je enako $\frac{n(n-3)}{2}$, v večkotniku s $3n$ stranicami pa $\frac{3n(3n-3)}{2}$. Zapišemo enačbo $\frac{3n(3n-3)}{2} = 10 \cdot \frac{n(n-3)}{2}$ in jo preoblikujemo v $3(3n-3) = 10(n-3)$ oziroma $9n - 9 = 10n - 30$. Rešitev enačbe je $n = 21$, torej je Janja opazovala 63-kotnik.

A7. Višino gladine jezera pred sušo označimo z x. Iz besedila lahko zapišemo enačbo: $x \cdot 0{,}9 \cdot 1{,}15 = x + 35$. Izračunamo in dobimo enačbo $x \cdot 1{,}035 = x + 35$ oziroma $x \cdot 0{,}035 = 35$. Rešitev je $x = 1000$ cm $= 10$ m.

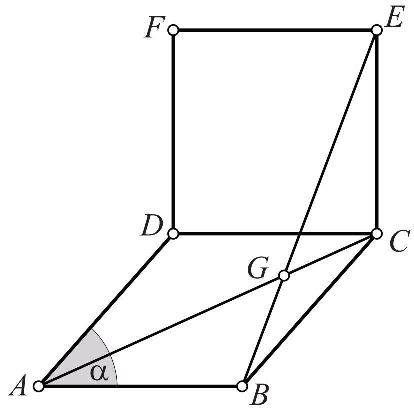
A8. Zapišimo število 12 kot zmnožek petih različnih celih števil $12 = 3 \cdot 4 = 1 \cdot 3 \cdot 4 = 1 \cdot 3 \cdot (-2) \cdot 2 \cdot (-1)$. Vsota množencev iz zadnjega številskega izraza je enaka 3.

B1. Izračunajmo $\sqrt{\frac{2019-(-2)^5-3\cdot 2^0}{(-8)^2}}:\sqrt{2}+\frac{2019^2-81}{2^3}:(4^3+3)=$
$=\sqrt{\frac{2019-(-32)-3\cdot 1}{64}}:\sqrt{2}+\frac{(2019-9)\cdot(2019+9)}{8}:(64+3)=$
$=\sqrt{\frac{2048}{64\cdot 2}}+\frac{2010\cdot 2028}{8\cdot 67}=$
$=\sqrt{\frac{128\cdot 16}{128}}+\frac{3\cdot 670\cdot 4\cdot 507}{8\cdot 67}=$
$=\sqrt{16}+\frac{3\cdot 10\cdot 507}{2}=$
$=4+7605=7609$

Izračunana vrednost števca prvega korenjenca. ...... 1 **točka**
Izračunana vrednost ulomka v drugem členu. ...... 1 **točka**
Izračunana vrednost izraza v oklepaju. ...... 1 **točka**
Izračunana vrednost količnika korenov. ...... 1 **točka**
Izračunana vrednost drugega člena. ...... 1 **točka**
Izračunana vrednost izraza. ...... 1 **točka**

B2. Označimo število kvadratov z x, torej je ostalih pravokotnikov $3x$. Vseh rombov je $8x$, število tistih, ki niso kvadrati, je potem $8x - x = 7x$. Podobno je število deltoidov, ki niso rombi, enako $12x - 8x = 4x$. Zapišimo enačbo za vse štirikotnike skupaj: $4x + 7x + 4x = 15x = 75$. Rešitve enačbe je $x = 75 : 15 = 5$ in kvadratov je v množici 5.

Ugotovitev, da je vsak romb deltoid in da kvadrat spada v vse množice omenjenih štirikotnikov. ...... 1 **točka**
Sklep o številu pravokotnikov. ...... 1 **točka**
Sklep o številu rombov, ki niso kvadrati. ...... 1 **točka**
Sklep o številu deltoidov. ...... 1 **točka**
Zapisana enačba o številu štirikotnikov. ...... 1 **točka**
Izračunana rešitev enačbe in zapisano število kvadratov. ...... 1 **točka**

B3. 

Označimo z $\alpha = \measuredangle BAD = \measuredangle DCB$, torej je velikost kota $\measuredangle ECB = 90° + \alpha$. Trikotnik EBC je enakokrak s krakoma EC in BC, zato za velikosti kotov velja $\measuredangle BEC = \measuredangle CBE = \frac{180° - (90° + \alpha)}{2} = 45° - \frac{\alpha}{2}$. Ker diagonala AC romba $ABCD$ razpolavlja notranji kot $\measuredangle DCB$, je en notranji kot trikotnika EGC velik $\measuredangle ECG = 90° + \frac{\alpha}{2}$. Upoštevamo še $\measuredangle BEC = 45° - \frac{\alpha}{2}$, torej je velikost tretjega notranjega kota trikotnika enaka $\measuredangle CGE = 180° - (90° + \frac{\alpha}{2}) - (45° - \frac{\alpha}{2}) = 45°$. Kota $\measuredangle CGE$ in $\measuredangle AGB$ sta sovršna in zato je kot $\measuredangle AGB$ velik $45°$.

Sklep o velikosti kota $\measuredangle ECB$. . . . . . . 1 **točka**
Zapisani velikosti kotov $\measuredangle BEC$ in $\measuredangle CBE$. . . . . . . 1 **točka**
Upoštevanje lastnosti o diagonali v rombu. . . . . . . 1 **točka**
Sklep o velikosti kota $\measuredangle ECG$. . . . . . . 1 **točka**
Izračunana velikost kota $\measuredangle CGE$. . . . . . . 1 **točka**
Sklep in zapisana velikost kota $\measuredangle AGB$. . . . . . . 1 **točka**

Opombi:
– Če si je tekmovalec izbral velikost kota v rombu in nalogo rešil na konkretnem primeru, dobi največ 4 točke.
– Rešitev pridobljena z merjenjem se točkuje z 0 točkami.

55. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Državno tekmovanje, 13. april 2019

Rešitve nalog za 9. razred

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
D	C	D	A	C	B	E	A

A1. Obseg zidu je enak $2\pi r$, zato je obseg vojaškega obroča $2\pi(r+3)$. Izenačimo $2\pi(r+3) = 16\pi$ in dobimo $2\pi r = 10\pi$. Pravilen je odgovor (**D**).

A2. Daljši višini pravokotnega trikotnika sta njegovi kateti, zato je dolžina hipotenuze enaka $c = \sqrt{3^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{9+3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ cm. Izračunajmo ploščino trikotnika $S = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ oziroma $S = \frac{c \cdot v}{2} = \frac{2\sqrt{3} \cdot v}{2}$. Sledi $2v = 3$ in $v = \frac{3}{2}$ cm.

A3. Mediana ocen je vrednost na polovici urejenih podatkov, zato je enaka povprečju med 7 in 8, torej $7{,}5$. Ker je oceno 10 doseglo 30 % študentov in je bila povprečna ocena enaka $0{,}2 \cdot 6 + 0{,}3 \cdot 7 + 0{,}15 \cdot 8 + 0{,}05 \cdot 9 + 0{,}3 \cdot 10 = 7{,}95$, je bila razlika med povprečno vrednostjo in mediano ocen enaka $0{,}45$.

A4. Ulomek lahko zapišemo kot $\frac{8^x}{2^y} = \frac{2^{3x}}{2^y} = 2^{3x-y} = 2^{3(x-\frac{y}{3})} = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$.

A5. Naj bo S_1 ploščina štirikotnika $QRSP$ in S_2 ploščina štirikotnika $XYZW$. Zapišemo enakost $\frac{1}{3}S_1 = \frac{1}{4}S_2$ oziroma $\frac{1}{3}|PS| \cdot |PQ| = \frac{1}{4}|WX| \cdot |WZ|$. Iz podanega razmerja izrazimo $|PS| = 3 \cdot |WX|$, vstavimo v zadnjo enakost in dobimo $\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot |WX| \cdot |PQ| = \frac{1}{4}|WX| \cdot |WZ|$. Od tod sledi $\frac{|PQ|}{|Wz|} = \frac{1}{4}$ in iskano razmerje je $1 : 4$.

A6. V 6 sekundah mravlja pridobi 54 cm glede na hroščka, torej v 1 sekundi pridobi 9 cm in v 10 sekundah 90 cm. Hrošček ima do cilja še $90 - 30 = 60$ cm.

A7. Iz ocene $2 < \sqrt{7} < 3$ sledi $\sqrt{7} + 1 < 4$ in $-4 < \sqrt{7} - 6 < -3$. Neenačbo rešijo števila $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ in 6. Pravilen je odgovor (**E**).

A8. Praštevilski delitelji števila 30 so $2, 3$ in 5. Verjetnost je enaka $\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$.

B1. Preoblikujmo levo stran enačbe: $(2x+3)^2-(2x-a)(2x+a)=4x^2+12x+9-(4x^2-a^2)=12x+a^2+9$ in še desno stran: $2a(2x+a)=4ax+2a^2$. Dobimo enačbo

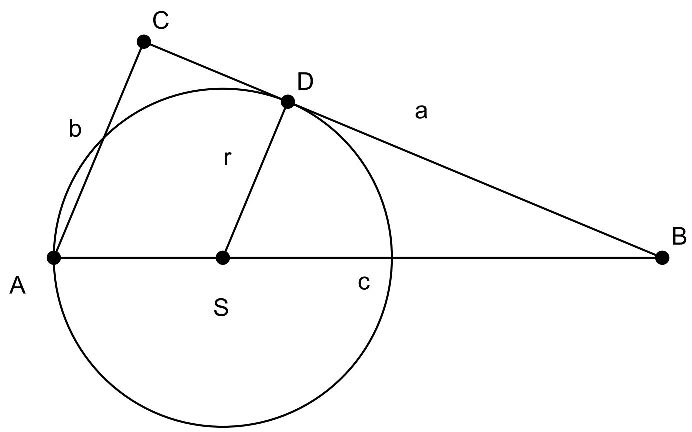
$$12x+a^2+9=4ax+2a^2$$

$$12x-4ax=a^2-9$$

$$4x(3-a)=(a-3)(a+3).$$

Rešitev enačbe je $x=\frac{-(a+3)}{4}$, če je $a\neq 3$.
Za $a=3$ dobimo $4x\cdot 0=0\cdot 6$ oziroma $0=0$, torej je v tem primeru rešitev poljubno realno število.

Izračunan kvadrat dvočlenika. ...... 1 **točka**
Ureditev enačbe, vsi členi z neznanko so na isti strani. ...... 1 **točka**
Razcep izraza a^2-9**.** ...... 1 **točka**
Zapisana rešitev enačbe in pogoja $a\neq 3$**.** ...... 2 **točki**
Obravnava enačbe za $a=3$**.** ...... 1 **točka**



B2.

Iz razmerja katet zapišemo $a = 12t$ in $b = 5t$. Zapišemo Pitagorov izrek $c^2 = a^2 + b^2 = (12t)^2 + (5t)^2 = 144t^2 + 25t^2 = 169t^2$ in dobimo, da je hipotenuza dolga $c = 13t$. Iz podobnosti trikotnikov sledi: $c : b = (13t - r) : r$ oziroma $13 : 5 = (13t - r) : r$. Enačbo preoblikujemo v $13r = 65t - 5r$, torej je $r = \frac{65}{18}t$ in zato $r : b = 13 : 18$.

Skica z narisano pravilno krožnico. ...... 1 **točka**
Upoštevano razmerje za dolžini katet, na primer $12t, 5t$ **in izračunana dolžina hipotenuze (**$13t$**).** ...... 1 **točka**
Ugotovitev, da sta trikotnika podobna. ...... 1 **točka**
Zapisano razmerje v podobnih trikotnikih. ...... 1 **točka**
Izračunan polmer krožnice, $\frac{65t}{18}$**.** ...... 1 **točka**
Zapisano iskano razmerje. ...... 1 **točka**

Opomba: Rešitev pridobljena z merjenjem se točkuje z 0 **točkami.**

B3. Označimo z e Evino starost pred štirimi leti in z b Blaževo takratno starost. Ker je bila Eva za 20 % mlajša od Blaža, je za njuni starosti veljala enakost: $e = b \cdot 0{,}8$. Čez štiri leta bosta stara $e+8$ in $b+8$ let. Ker bo Blaž za 15 % starejši od Eve, bo star $(e+8) \cdot 1{,}15$ oziroma $(b \cdot 0{,}8+8) \cdot 1{,}15$. Dobimo enačbo $(b \cdot 0{,}8 + 8) \cdot 1,15 = b + 8$ z rešitvijo $b = 15$. Eva je letos stara 16 let in Blaž 19 let.

Zapisana enačba za zvezo med starostma pred štirimi leti. ...... 1 **točka**
Zapisana enačba za zvezo med starostma čez štiri leta. ...... 1 **točka**
Izrazitev ene neznanke z drugo. ...... 1 **točka**
Prehod na enačbo z eno neznanko. ...... 1 **točka**
Izračunana rešitev enačbe. ...... 1 **točka**
Zapisani letošnji starosti Eve in Blaža. ...... 1 **točka**

Opomba: Rešitev pridobljena z ugibanjem ali poskušanjem se točkuje z 1 točko.