Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

44. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Področno tekmovanje, 2. april 2008

NALOGE ZA SEDMI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v gornjo tabelo na nalepki, spodnjo tabelo na nalepki pa pusti prazno.

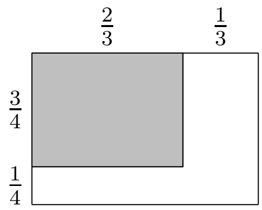
Prilepi nalepko s šifro

A1. Natanko koliko deliteljev ima produkt treh različnih praštevil?

(**A**) 3 (**B**) 5 (**C**) 7 (**D**) 8 (**E**) več kot 8

A2. Kolikšen del velikega pravokotnika je osenčen?

(**A**) $\frac{1}{12}$ (**B**) $\frac{1}{3}$ (**C**) $\frac{1}{2}$ (**D**) $\frac{3}{4}$ (**E**) $\frac{11}{12}$

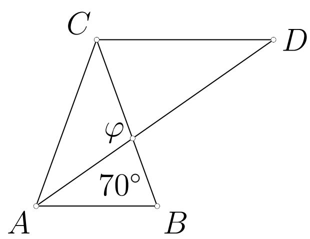


A3. Koliko je vseh petmestnih naravnih števil, katerih vsota števk je 3?

(**A**) 10 (**B**) 15 (**C**) 20 (**D**) 25 (**E**) 35

A4. Koliko meri kot φ, če je $|AC| = |BC|$, $|AC| = |CD|$, $AB \parallel CD$ in $\sphericalangle CBA = 70°$?

(**A**) 70° (**B**) 105° (**C**) 120° (**D**) 150° (**E**) 170°



A5. Kateri x reši enačbo: $\frac{x}{4} + \frac{1}{3} = 2 \cdot \frac{x}{3}$?

(**A**) 3 (**B**) 2 (**C**) $\frac{5}{4}$ (**D**) $\frac{1}{2}$ (**E**) $\frac{4}{5}$

A6. Na opozorilni napravi utripata rdeča in zelena lučka. Rdeča lučka posveti vsako minuto in 20 sekund, zelena lučka vsake 0.3 minute. Ob 13.00 uri sta posvetili obe lučki hkrati. Ob kateri uri posvetita lučki spet istočasno?

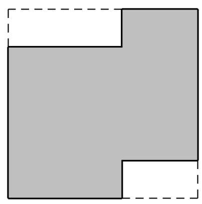
(**A**) 13.08 (**B**) 13.12 (**C**) 13.20 (**D**) 13.24 (**E**) 13.30

A7. Koliko je x, če je $\frac{2}{3}$ števila x enako $\frac{7}{6}$?

(**A**) $1\frac{1}{3}$ (**B**) $1\frac{1}{2}$ (**C**) $1\frac{5}{8}$ (**D**) $1\frac{2}{3}$ (**E**) $1\frac{3}{4}$

A8. Kvadratu s stranico $a = 5$ na dveh vogalih odrežemo dva pravokotnika, kot kaže slika. Koliko meri obseg nastalega lika?

(**A**) 10 (**B**) 18 (**C**) 20 (**D**) 22 (**E**) 25



B1. Kot ob oglišču C trikotnika ABC meri 80°. Simetrala tega kota seka nasprotno stranico c v točki D. Trikotnik DBC je enakokrak z osnovnico BC. Izračunaj velikost kota pri oglišču A. Nariši skico.

(6 točk)

B2. Vesna nakupuje. Kupi si šminko in šampon, ki je polovico cenejši od šminke. Polovico preostalega denarja nameni za nakup toaletne torbice. Tako ji preostane 15 EUR. Na začetku je imela v denarnici tri bankovce po 10 EUR, štiri bankovce po 5 EUR in nekaj kovancev po 2 EUR. Drugega denarja ni imela. Število bankovcev v Vesnini denarnici je bilo za 2 večje od števila kovancev. Izračunaj, koliko stanejo posamezni izdelki, ki jih je Vesna kupila.

(6 točk)

B3. Petmestno naravno število $a679b$ je deljivo z 72. Izračunaj neznani števki a in b.

(6 točk)

44. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Področno tekmovanje, 2. april 2008

NALOGE ZA OSMI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v gornjo tabelo na nalepki, spodnjo tabelo na nalepki pa pusti prazno.

Prilepi nalepko s šifro

A1. Kateri ulomek ima pomen za vsako celo število x?

(**A**) $\frac{x}{x+1}$ (**B**) $\frac{1}{x^2-1}$ (**C**) $\frac{2}{x^2-x}$ (**D**) $\frac{3}{x+3}$ (**E**) $\frac{x}{x^2-3}$

A2. Na neki šoli je $42\ \%$ fantov, deklet pa je 72 več kot fantov. Koliko je vseh učencev na šoli?

(**A**) 378 (**B**) 420 (**C**) 450 (**D**) 480 (**E**) 522

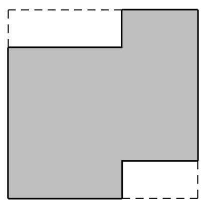
A3. Kolikšna je vrednost izraza $\left(\frac{6^3}{6^{-1}}\right)^{-1}$?

(**A**) 6^{-4} (**B**) 6^{-3} (**C**) 6^{-2} (**D**) 6^{2} (**E**) 6^{4}

A4. Katero od naštetih števil je največje?

(**A**) $\frac{3}{\sqrt{7}}$ (**B**) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (**C**) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$ (**D**) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ (**E**) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$

A5. Obseg lika na sliki je $3a$. Koliko meri ploščina kvadrata z enakim obsegom?



(**A**) $\frac{3}{16}a^2$ (**B**) $\frac{9}{16}a^2$ (**C**) $\frac{16}{9}a^2$ (**D**) $\frac{9}{16}a$ (**E**) $\frac{3}{4}a^2$

A6. Za katero število velja, da je njegova petina dvakratnik števila 8?

(**A**) 90 (**B**) 80 (**C**) 75 (**D**) 45 (**E**) 20

A7. V paralelogramu $ABCD$ je stranica AB dvakrat daljša od stranice BC. Točka M leži na stranici AB tako, da velja: $|AM| = |MB|$. Koliko meri kot DMC?

(**A**) $60°$ (**B**) $75°$ (**C**) $90°$ (**D**) $105°$ (**E**) $120°$

A8. Iz posode vsako minuto izteče pol litra vode. Po 15 minutah je v posodi le še četrtina prvotne količine vode. Koliko litrov vode je bilo v posodi na začetku?

(**A**) 5 (**B**) 8 (**C**) 10 (**D**) 12 (**E**) 15

B1. Mateja je našla staro strgano knjigo brez platnic, v kateri manjka prvih 142 strani. Vse strani v knjigi so bile oštevilčene. Koliko strani še ima knjiga, če je številka zadnje strani sestavljena iz enakih števk kot številka strani, s katero se raztrgana knjiga začne?

(6 točk)

B2. V kvadratu $ABCD$ nariši enakostranični trikotnik ABE in diagonalo AC. Presečišče daljic EB in AC je točka F. Simetrala kota BAE seka daljico BE v točki G in daljico BC v točki H. Izračunaj vse notranje kote štirikotnika $FGHC$.

(6 točk)

B3. Izračunaj vrednost izraza:

$$\left(\frac{280^4}{(3\cdot 5^2+5\cdot 13)^3}-2^5\cdot 5\cdot 7\right)^3\cdot\frac{1}{2^{14}\cdot 5^3\cdot 7^3}=$$

(6 točk)

44. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje
Področno tekmovanje, 2. april 2008

NALOGE ZA DEVETI RAZRED

Čas reševanja: 120 minut. V sklopu A bo pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v gornjo tabelo na nalepki, spodnjo tabelo na nalepki pa pusti prazno.

Prilepi nalepko s šifro

A1. Kmet ima za svoje konje na zalogi oves, ki zadošča za 30 dni. Če bi imel 10 konj več, bi oves zadoščal le še za 20 dni. Koliko konj ima kmet?

(**A**) 10 (**B**) 20 (**C**) 30 (**D**) 40 (**E**) 60

A2. Koliko celih števil x zadošča neenakosti $|x-2| \leq 3$?

(**A**) 3 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) več kot 7

A3. Dedek prehodi v 17 sekundah $6\frac{3}{8}$ m dolgo pot, njegov vnuk pa v 4 sekundah $7\frac{1}{2}$ m. V kolikšnem razmerju sta njuni hitrosti, če se gibljeta enakomerno?

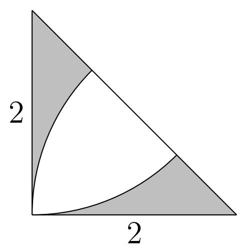
(**A**) $1:5$ (**B**) $17:20$ (**C**) $17:4$ (**D**) $4:17$ (**E**) $1:10$

A4. Majin povprečen dosežek na sedmih preizkusih je 56 %. Piše še en preizkus in si želi skupen povprečen dosežek 60 %. Kako uspešno mora pisati zadnji preizkus, da ji bo to uspelo?

(**A**) 58 % (**B**) 60 % (**C**) 64 % (**D**) 80 % (**E**) 88 %

A5. Kolikšna je ploščina osenčenega dela pravokotnega trikotnika?

(**A**) $4-\pi$ (**B**) $4+\pi$ (**C**) π (**D**) 4 (**E**) 4π



A6. Katera števka nastopa na mestu enic v številu 7^{35}?

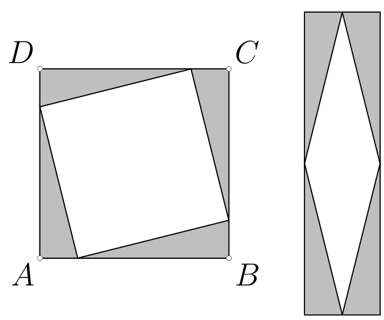
(**A**) 1 (**B**) 3 (**C**) 5 (**D**) 7 (**E**) 9

A7. Tri rdeče kocke in dve zeleni kocki skupaj tehtajo 32 kg. Štiri rdeče kocke in tri zelene kocke skupaj tehtajo 44 kg. Vse rdeče kocke so enake in vse zelene kocke so enake. Koliko skupaj tehtajo dve rdeči kocki in ena zelena kocka?

(**A**) 20 kg (**B**) 22 kg (**C**) 25 kg (**D**) 30 kg (**E**) 34 kg

A8. Če v kvadratu $ABCD$ pobarvamo štiri skladne pravokotne trikotnike, kot prikazuje leva slika, meri ploščina belega kvadrata $17\ \text{m}^2$. Če postavimo te iste trikotnike v drugo lego, dobimo desno sliko, pri kateri meri ploščina belega romba $8\ \text{m}^2$. Kolikšna je ploščina kvadrata $ABCD$?

(**A**) $19\ \text{m}^2$ (**B**) $24\ \text{m}^2$ (**C**) $25\ \text{m}^2$ (**D**) $32\ \text{m}^2$ (**E**) $36\ \text{m}^2$



B1. Krožnici včrtamo največji možni kvadrat in tako nastalemu kvadratu včrtamo največjo možno krožnico. Katero število dobimo, če delimo obseg večje krožnice z obsegom manjše krožnice?

(6 točk)

B2. Razdaljo med Amsterdamom in Benetkami avto prevozi v 23 urah. Pol poti prevozi s hitrostjo 80 km/h, tretjino s hitrostjo 60 km/h, ostalo pot pa s hitrostjo 40 km/h. Koliko km meri razdalja med Amsterdamom in Benetkami?

(6 točk)

B3. Poišči vse dvojice naravnih števil, za katere velja, da je razlika kvadratov teh dveh števil enaka 2008.

(6 točk)

dMFA

44. tekmovanje iz matematike za Vegovo priznanje

Področno tekmovanje, 2. april 2008

Rešitve za 7. razred

V sklopu A je pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
D	C	B	B	E	B	E	C

Utemeljitve:

A1. Vsako od treh praštevil je lahko zastopano v delitelju ali pa ne, torej imamo za vsako dve možnosti: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

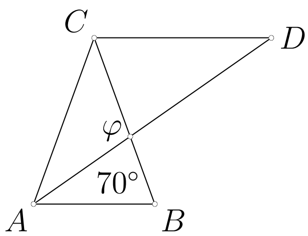
A2. Če je ploščina celega pravokotnika 1, je ploščina osenčenega $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$, torej polovica.

A3. Če se število začne s 3, imamo samo eno možnost: 30000.

Z 2 se začnejo 4 taka števila: 20001, 20010, 20100, 21000.

Z 1 pa začnejo 4 taka števila, ki imajo še števko 2, in sicer: 10002, 10020, 10200, 12000. Obstaja pa še 6 števil, ki se začnejo z 1 in imajo še 2 enici v nadaljevanju: 10011, 10101, 10110, 11001, 11010, 11100. Takih števil je torej 15.

A4. Kot ACB meri $40°$, kot BCD pa $70°$, kot DAC meri potem $35°$ in $\varphi = 105°$.



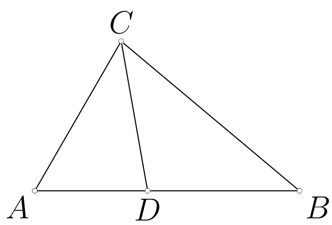
A5. To je število $\frac{4}{5}$, saj edino od ponujenih števil na obeh straneh enačbe prinese isto vrednost, in sicer $\frac{8}{15}$.

A6. Rdeča lučka se prižge vsakih 80 s, zelena pa vsakih 18 s. Najmanjši skupni večkratnik števil 80 in 18 je 720 s ali 12 minut. Spet bosta obe posvetili ob 13:12.

A7. Ker je $\frac{1}{3}$ iskanega števila enako $\frac{7}{12}$, je $\frac{3}{3}$ potem enako $\frac{7}{4}$.

A8. Oba lika imata enak obseg, $4 \cdot 5 = 20$.

B1. Ker je trikotnik DBC enakokrak, je kot pri B enak polovici kota pri C, torej $40°$. Ker merijo vsi trije koti v trikotniku $180°$, meri kot pri oglišču A $60°$.



Skica z narisanimi ustreznimi podatki .... **1 točka**
Zapis ali upoštevanje: $|DC| = |DB|$ .... **1 točka**
Sklep $\beta = \frac{\gamma}{2} = 40°$ .... **2 točki**
Vsota vseh treh kotov je $180°$ .... **1 točka**
Izračun $\alpha = 180° - 80° - 40° = 60°$ .... **1 točka**

B2. Na začetku je imela 60 EUR.

Ker je polovico preostalega denarja namenila za toaletno torbico in ji je ostalo v denarnici 15 EUR, je tudi torbica stala 15 EUR. Torej je za šminko in šampon skupaj plačala 30 EUR. Ker je šminka dvakrat dražja od šampona, je za šminko plačala 20 EUR, za šampon 10 EUR.

Izračun, da je imela na začetku 60 **EUR** .... **1 točka**
Ugotovitev, da stane torbica 15 **EUR** .... **2 točki**
Cena šminke in šampona skupaj je 30 **EUR** .... **1 točka**
Odgovor: Za šminko 20 **EUR, za šampon** 10 **EUR** .... **1 + 1 točka**

B3. Označimo $N = a679b$. Ker je $72 = 8 \cdot 9$, mora biti število N deljivo z 8 in 9. Da bi bilo število N deljivo z 8, mora biti trimestno število $79b$ deljivo z 8. Ker je $792 = 99 \cdot 8$, je lahko le $b = 2$. Če hočemo, da bo število N deljivo tudi z 9, mora biti vsota njegovih števk deljiva z 9. Vsota števk je $24 + a$, torej mora biti $a = 3$.

Ugotovitev, da mora biti N **deljiv hkrati z** 8 **in** 9 .... **1 točka**
Zapis ali upoštevanje kriterija za deljivost z 8 .... **1 točka**
Ugotovitev, da je $b = 2$ .... **1 točka**
Zapis ali upoštevanje kriterija za deljivost z 9 .... **1 točka**
Zapis vsote števk z upoštevanjem $b = 2$**:** $24 + a$ .... **1 točka**
Ugotovitev $a = 3$ .... **1 točka**

Če tekmovalec zapiše $a = 3$ **in** $b = 2$**, a ne dokaže, da je to edina rešitev, priznajte največ 2 točki.**

Rešitve za 8. razred

V sklopu A je pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
E	C	A	D	B	B	C	C

Utemeljitve:

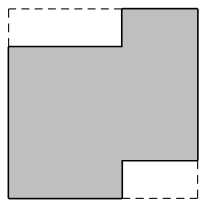
A1. Ulomek mora imeti v imenovalcu izraz, ki za nobeno celo število ne bo enak 0, tak pa je samo x^2–3, ki nima celoštevilskih ničel.

A2. Deklet je 58 %, razlika 72 torej predstavlja 16 % vseh učencev. 1 % je torej 4.5 in vseh učencev na šoli je 450.

A3. Ker je $6^3 : 6^{-1} = 6^4$, sledi $(6^4)^{-1} = 6^{-4}$.

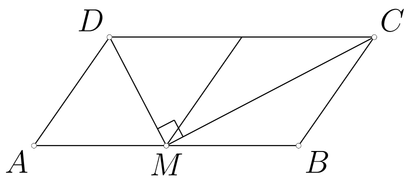
A4. Števila so po vrsti: $\sqrt{\frac{9}{7}}$, $\sqrt{\frac{3}{2}}$, $\sqrt{\frac{7}{5}}$, $\sqrt{\frac{5}{3}}$, $\sqrt{\frac{4}{3}}$. Med ulomki pod korenom pa je največji $\frac{5}{3}$.

A5. Kvadrat ima enak obseg in zato meri njegova stranica $\frac{3a}{4}$, ploščina pa potem $\frac{9a^2}{16}$.



A6. Ker je $\frac{x}{5} = 2 \cdot 8 = 16$, velja $x = 80$.

A7. Če potegnemo vzporednico stranici BC skozi M, razpade paralelogram na dva romba. Kot DMC je enak kotu med diagonalama romba in zato meri 90°.

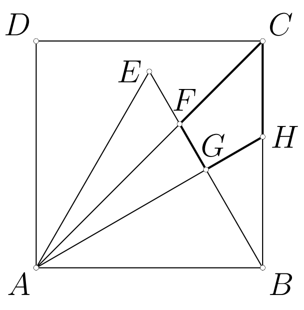


A8. V petnajstih minutah je izteklo 7.5 litra vode, kar predstavlja $\frac{3}{4}$ prvotne količine vode, torej je bilo na začetku 10 litrov vode.

B1. Ostanek knjige se začne s številko 143, konča pa s sodo številko, sestavljeno iz istih števk. Torej je zadnja stran 314 in v ostanku knjige je še 314–142 = 172 strani.

Ugotovitev, da se knjiga začne s številko 143 **. . . . . 2 točki**
Ugotovitev, da je število na zadnji strani sodo in s tem 314 **. . . . . 2 točki**
Izračun razlike 172 **in odgovor . . . . 2 točki**

B2. Ker je simetrala kota v enakostraničnemu trikotniku tudi njegova višina, je $\sphericalangle FGH = \sphericalangle AGB = 90°$.



Diagonala AC kvadrata $ABCD$ je simetrala kota BCD, zato je $\sphericalangle FCH = 45°$.

Ker je $\sphericalangle BAH = 30°$, je $\sphericalangle AHB = 60°$ in $\sphericalangle CHG = 180° - 60° = 120°$.

Nazadnje izračunamo $\sphericalangle GFC = 360° - 90° - 120° - 45° = 105°$.

Skica z vsemi označenimi točkami .... **1 točka**
Ugotovitev, da je $\sphericalangle EGH = 90°$ **pravi kot** .... **1 točka**
Ugotovitev, da je $\sphericalangle FCH = 45°$ .... **1 točka**
Izračun kota $\sphericalangle AHC = 120°$ .... **1 točka**
Izračun kota $\sphericalangle BFC = 105°$ .... **2 točki**

B3. Ker je $280 = 10 \cdot 28$ in $3 \cdot 5^2 + 5 \cdot 13 = 5(15+13) = 5 \cdot 28$, sledi $\frac{280^4}{(3 \cdot 5^2 + 5 \cdot 13)^3} = \frac{10^4 \cdot 28^4}{5^3 \cdot 28^3} = 5 \cdot 2^4 \cdot 28 = 2^6 \cdot 5 \cdot 7$. Zaradi $2^6 \cdot 5 \cdot 7 - 2^5 \cdot 5 \cdot 7 = 2^5 \cdot 5 \cdot 7$ nazadnje izračunamo

$$\begin{aligned}\left(\frac{280^4}{(3 \cdot 5^2 + 5 \cdot 13)^3} - 2^5 \cdot 5 \cdot 7\right)^3 \cdot \frac{1}{2^{14} \cdot 5^3 \cdot 7^3} &= \frac{\left(2^5 \cdot 5 \cdot 7\right)^3}{2^{14} \cdot 5^3 \cdot 7^3} = \\ &= \frac{2^{15} \cdot 5^3 \cdot 7^3}{2^{14} \cdot 5^3 \cdot 7^3} = 2.\end{aligned}$$

Vrednost izraza je 2.

Razcep 280 **na produkt prafaktorjev in zapis** $280^4 = 2^{12} \cdot 5^4 \cdot 7^4$ .... **1 točka**
Izračun $(28 \cdot 5)^3 = 2^6 \cdot 7^3 \cdot 5^3$ .... **1 točka**
Izračunana vrednost ulomka v oklepaju: $2^6 \cdot 5 \cdot 7$ .... **1 točka**
Izpostavljanje skupnega faktorja in izračun vrednosti izraza v oklepaju:
$2^5 \cdot 5 \cdot 7$ .... **1 točka**
Potenciranje v rezultat: $2^{15} \cdot 5^3 \cdot 7^3$ .... **1 točka**
Deljenje z drugim ulomkom in rezultat: 2 .... **1 točka**

Rešitve za 9. razred

V sklopu A je pravilni odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko za obkroženi nepravilni odgovor pol točke odštejemo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
B	D	A	E	A	B	A	C

Utemeljitve:

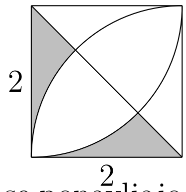
A1. Označimo število konj z n. Torej n konj porabi zalogo ovsa v 30 dneh, $n + 10$ konj pa v 20 dneh. Sledi: $30n = 20(n + 10)$ in $n = 20$.

A2. Ker je $|x - 2| \leq 3$, sledi $-3 \leq x - 2 \leq 3$ in $2 - 3 \leq x \leq 2 + 3$. Cele rešitve neenačbe so: -1, 0, 1, 2, 3, 4 in 5.

A3. Dedek ima hitrost $\frac{6\frac{3}{8}}{17} = \frac{\frac{51}{8}}{17} = \frac{3}{8}$ m/s, vnuk pa $\frac{7.5}{4} = \frac{15}{8}$ m/s. Razmerje hitrosti je enako $\frac{\frac{3}{8}}{\frac{15}{8}} = \frac{1}{5}$.

A4. Označimo z x dosežek na osem preizkusu. Tedaj je $7 \cdot 58\ \% + x = 8 \cdot 60\ \%$ in $x = 88\ \%$.

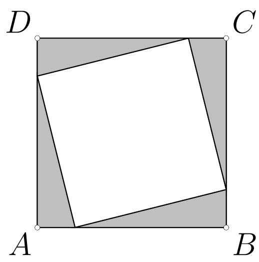
A5. Ploščino enega od obeh enakih osenčenih delov na sliki dobimo kot razliko med ploščino polovice kvadrata s stranico 2 in ploščino krožnega izseka s polmerom 2 in središčim kotom 45°. Izsek predstavlja osmino kroga. Torej ima polovica narisanega lika ploščino $2-\frac{\pi}{2}$, cel pa $4-\pi$.

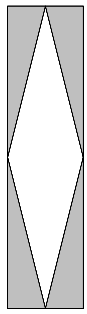


A6. Zadnje števke potenc števila 7 si sledijo v zaporedju 7, 9, 3, 1, 7, 9 ... Torej se ponavljajo s periodo 4. Ker je $35 = 8 \cdot 4 + 3$, je zadnja števka v številu 7^{35} enaka 3.

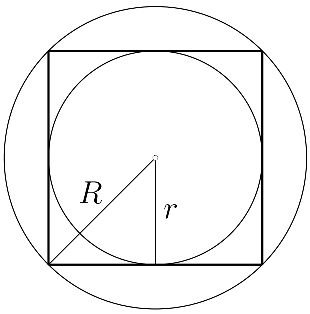
A7. Teža rdeče kocke naj bo x, zelene pa y. Potem je $3x + 2y = 32$, $4x + 3y = 44$ in $2x + y = 2 \cdot (3x + 2y) - (4x + 3y) = 2 \cdot 32 - 44 = 20$.

A8. Ploščina romba na desni sliki je enaka ploščini štirih sivih pravokotnih trikotnikov, to je 8 m^2. Kvadrat $ABCD$ ima torej ploščino $17 + 8 = 25$ m^2.





B1. Označimo z R polmer večje krožnice in z r polmer manjše krožnice. Potem je iskano razmerje obsegov enako $\frac{2\pi R}{2\pi r}$ in je enako razmerju $\frac{R}{r}$ polmerov teh dveh krožnic.



Manjši krog ima za polmer polovico stranice včrtanega kvadrata, torej $\frac{1}{2}\frac{2R}{\sqrt{2}}$, saj njegova diagonala meri $2R$. Sledi $r = \frac{R}{\sqrt{2}}$. Razmerje njunih obsegov je enako $\frac{R}{r} = \frac{R}{\frac{R}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$.

Skica z narisanima krožnicama in kvadratom .... 1 točka
Ugotovitev, da je razmerje obsegov enako razmerju polmerov .... 2 točki
Izračunan manjši polmer $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ .... 2 točki
Deljenje polmerov in rezultat $\sqrt{2}$ .... 1 točka

ali

Skica z narisanima krožnicama in kvadratom .... **1 točka**
Izračunan obseg večjega kroga $2\pi R$ .... **1 točka**
Izračunan manjši polmer $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ .... **2 točki**
Obseg manjše krožnice $\pi R\sqrt{2}$ .... **1 točka**
Deljenje obsegov in rezultat $\sqrt{2}$ .... **1 točka**

B2. Označimo s s (v km) razdaljo med Amsterdamom in Benetkami. Čas (v h), ki ga porabimo za polovico poti, znaša $\frac{s}{2} \cdot \frac{1}{80}$, za tretjino $\frac{s}{3} \cdot \frac{1}{60}$, za preostanek $(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ poti) pa $\frac{s}{6} \cdot \frac{1}{40}$. Skupni čas je $\frac{s}{2} \cdot \frac{1}{80} + \frac{s}{3} \cdot \frac{1}{60} + \frac{s}{6} \cdot \frac{1}{40}$. Ker je $2 \cdot 80 = 16 \cdot 10 = 2^4 \cdot 10$, $3 \cdot 60 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 10$ in $6 \cdot 40 = 3 \cdot 2^3 \cdot 10$, je skupni imenovalec enak $2^4 \cdot 3^2 \cdot 10 = 1440$. Sledi $\frac{s}{2} \cdot \frac{1}{80} + \frac{s}{3} \cdot \frac{1}{60} + \frac{s}{6} \cdot \frac{1}{40} = \frac{9s}{1440} + \frac{8s}{1440} + \frac{6s}{1440} = \frac{23s}{1440} = 23$, torej je $s = 1440$. Razdalja med Amsterdamom in Benetkami je 1440 km.

Čas za vsak del posebej, izražen s potjo .... **1 + 1 + 1 točka**
Zapis enačbe $\frac{s}{2} \cdot \frac{1}{80} + \frac{s}{3} \cdot \frac{1}{60} + \frac{s}{6} \cdot \frac{1}{40} = 23$**.** .... **1 točka**
Reševanje enačbe (odpravljeni ulomki) .... **1 točka**
Rešitev in odgovor $s = 1440$ **km** .... **1 točka**

B3. Označimo iskani števili z x in y. Tedaj je $x^2 - y^2 = 2008$. Praštevilski razcep števila 2008 je $2008 = 2^3 \cdot 251$. Ker je $(x - y)(x + y) = 2008 = 1 \cdot 2008 = 2 \cdot 1004 = 4 \cdot 502 = 8 \cdot 251$, obravnavamo več možnosti.

1. možnost: $x + y = 2008$, $x - y = 1$, od koder sledi $2x = 2009$, vendar tak x ni naravno število.

2. možnost: $x + y = 1004$, $x - y = 2$, od koder sledi $2x = 1006$ in $x = 503$, $y = 501$.

3. možnost: $x + y = 502$, $x - y = 4$, od koder sledi $2x = 506$ in $x = 253$, $y = 249$

4. možnost: $x + y = 251$, $x - y = 8$, od koder sledi $2x = 259$, vendar tak x ni naravno število.

Iskani dvojici sta $(503, 501)$ in $(253, 249)$.

Razcep enačbe $(x - y)(x + y) = 2008$ .... **1 točka**
Ustrezni razcepi števila 2008 **na produkt dveh števil**
($1 \cdot 2008$**,** $2 \cdot 1004$**,** $4 \cdot 502$**,** $8 \cdot 251$**)** .... **2 točki**
Ugotovitev, da dva od sistemov nimata rešitev v naravnih številih .... **1 točka**
Rešitvi $(503, 501)$ **in** $(253, 249)$ .... **1 + 1 točka**