

**Društvo matematikov, fizikov  
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19  
1000 Ljubljana

# **Tekmovalne naloge DMFA Slovenije**

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na [www.dmfa.si](http://www.dmfa.si)), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



15. tekmovanje v znanju  
matematike za dijake srednjih  
tehniških in strokovnih šol  
Državno tekmovanje, 18. april 2015

Prilepi nalepko s šifro

## Naloge za 1. letnik

N1	N2	N3	N4

Čas reševanja: 120 minut.

1. Marko se je odločil, da bo privarčeval 600 evrov, ki jih bo porabil za nakup novega računalnika. Po štirih mesecih varčevanja je ugotovil, da so njegovi mesečni prihranki glede na vrstni red mesecev varčevanja v razmerju 4 : 3 : 2 : 2. Za nakup novega računalnika mu tako manjka le še polovica najmanjšega mesečnega prihranka. Koliko je Marko privarčeval prvi mesec?

(8 točk)

2. Izračunaj naravni števili, katerih vsota je 168, največji skupni delitelj pa 24. Zapiši vse možne rešitve.

(8 točk)

3. Naj bo  $x \in \mathbb{R}$ . Izračunaj vrednost izraza

$$\frac{2^{2014} + 2^{2015} - 2^{2016} - 2^{2017}}{(-3)^{2014} - (-3)^{2016}} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2013} \cdot \frac{4^{2x+2}}{(-2)^{4x}}$$

Rezultat naj bo točen.

(8 točk)

4. V trgovini z oblačili imajo dva tedna akcijsko razprodajo. Prvi teden je kupec pri nakupu treh oblačil dobil najcenejši kos zastonj. Janez je prvi teden kupil jakno, hlače in pullover. Za jakno in hlače je plačal 115,01 evra ter zaradi te akcije prihranil 17,85 % vrednosti oblačil v redni prodaji. Drugi teden imajo akcijo, ki ponuja popust na vse jakne v višini 20 %. Za isti nakup kot v prvem tednu bi Janez v drugem tednu plačal 125 evrov. Izračunaj ceno pulloverja, hlač in jakne v redni prodaji.

(8 točk)

## Naloge za 2. letnik

N1	N2	N3	N4

Čas reševanja: 120 minut.

1. Premica  $p$  je dana z enačbo  $2x - 6y + 3 = 0$ .

- a) Točka  $A$  z absciso  $-\frac{1}{2}$  leži na premici  $p$ . Naj bo  $B$  presečišče premice  $p$  in abscisne osi. Zapiši koordinate točk  $A$  in  $B$  ter izračunaj koordinati razpolovišča  $S$  daljice  $AB$ . Rezultat naj bo točen.
- b) Zapiši enačbo premice  $q$ , ki je vzporedna premici  $p$  in seka ordinatno os v točki  $-3$ .

(8 točk)

2. a) Naj bo  $a > 0$  in  $b > 0$ . Poenostavi izraz

$$7 \left( \frac{a^5}{2b^4} \right)^5 \cdot \left( \frac{2b^2}{a^4} \right)^5 - 3 \left( \frac{a}{b^2} \right)^{3+2x} \cdot \left( \frac{a^2}{b^4} \right)^{1-x} + (4a^5b)^5 : (2a^4b^3)^5.$$

b) Izračunaj vrednost izraza za  $a = 5^{\frac{1}{5}}$  in  $b = \sqrt[5]{2}$ .

(8 točk)

3. Določi parameter  $a \in \mathbb{R}$  tako, da bo graf funkcije  $f(x) = \frac{3-2a}{a+5}x + \frac{2a-1}{3-a}$  sekal ordinatno os nad koordinatnim izhodiščem in da bo funkcija  $f$  padajoča.

(8 točk)

4. Konstruiraj trikotnik  $ABC$  s podatki:  $a = 4$  cm,  $\beta = 75^\circ$ ,  $t_c = 5$  cm. Kot konstruiraj s šestilom in ravnilom.

(8 točk)

## Naloge za 3. letnik

N1	N2	N3	N4

Čas reševanja: 120 minut.

1. Dana je eksponentna funkcija  $f$  s predpisom  $f(x) = -2^{-x-2} + 1$ .

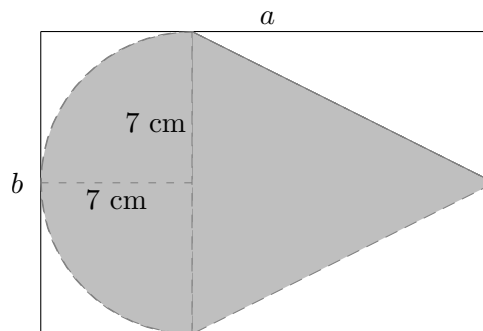
- a) Izračunaj ničlo in začetno vrednost funkcije  $f$  ter zapiši enačbo vodoravne asimptote funkcije  $f$ .
- b) Nariši graf funkcije  $f$ .

(8 točk)

2. Določi  $m \in \mathbb{R}$  tako, da bo najmanjša vrednost funkcije  $f(x) = (m-1)x^2 + (1-3m)x + 2m + 1$  enaka  $-1$ .

(8 točk)

3. Obseg pravokotnika s stranicama  $a$  in  $b$  je 90 cm (glej sliko). Izračunaj obseg osenčenega lika. Rezultat naj bo točen.



(8 točk)

4. Reši enačbo  $\frac{4^{\log_3 x}}{6} = \frac{2^{\log_3(x+1)}}{3}$ .

(8 točk)

## Naloge za 4. letnik

N1	N2	N3	N4

Čas reševanja: 120 minut.

1. Izračunaj tak  $x$ , da bo zaporedje  $x + 2$ ,  $3x$ ,  $x^2 + 5$  geometrijsko in bodo členi zaporedja cela števila. Izračunaj količnik in zapiši zaporedje.

(8 točk)

2. Dana je funkcija  $f$  s predpisom  $f(x) = A \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ . Določi  $A \in \mathbb{R}$  tako, da bo veljalo  $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$ . Za tako določeno funkcijo  $f$  zapiši njeno zalogo vrednosti in nariši njen graf.

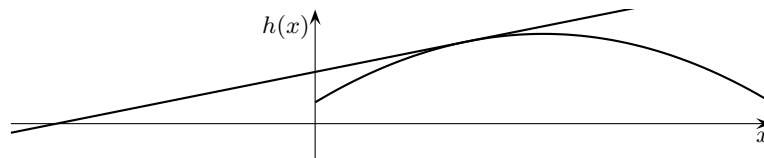
(8 točk)

3. Iz črk besede LJUBEZNIVOST sestavljamo besede dolžine 4. Črke se ne smejo ponavljati.

- a) Koliko različnih besed lahko sestavimo?
- b) Koliko različnih besed lahko sestavimo, če uporabimo le samoglasnike?
- c) Izračunaj verjetnost, da iz naključno izbranih črk sestavimo besedo NEBO.
- d) Izračunaj verjetnost, da iz naključno izbranih črk sestavimo besedo, ki se začne in konča s soglasnikom.

(8 točk)

4. Luka se je po ravni cesti zapeljal čez gorski prelaz. Na oddaljenosti  $x$  metrov v vodoravni smeri od vznožja prelaza se je nahajal na nadmorski višini  $h(x) = -\frac{x^2}{20000} + \frac{3x}{5} + 560$  metrov (glej sliko).



- a) Na kateri nadmorski višini se nahaja najvišja točka prelaza?
- b) Izračunaj naklon ceste na minuto natančno v točki, ko je bil Luka od vznožja prelaza oddaljen 4000 metrov v vodoravni smeri.

(8 točk)