**Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

# Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

# Navodila za izvedbo tekmovanja

Tekmovanje se prične v **četrtek, 20. marca 2014, ob 13.30 uri**. Dijaki lahko rešujejo naloge **90 minut**. Zaradi možnosti hitre komunikacije med tekmovalci po zaključku tekmovanja (e-pošta, mobilni telefoni) lahko pričetek tekmovanja premaknete največ za pol ure nazaj na 13.00 ali tričetrt ure naprej na 14.15.

**Izvedba tekmovanja pred dopustnim začetkom reševanja nalog pomeni kršenje tajnosti tekmovalnih nalog in se lahko kaznuje z diskvalifikacijo šole z vseh stopenj tekmovanja iz matematike v tem šolskem letu.**

Ker je tekmovanje mednarodno, tekmovalci po tekmovanju NE SMEJO odnesti nalog s seboj, prav tako morajo ostati v tajnosti šolske tekmovalne komisije tudi neizkoriščene tekmovalne pole. Tekmovalcem lahko vrnete njihove izdelke šele 1 mesec po tekmovanju, do takrat pa so na voljo na šoli tekmovalcem le v vpogled.

Na nekaterih šolah nadzorni učitelj v razredu ne nadzira tistih učencev, ki jih poučuje. Če razmere na vaši šoli to možnost dopuščajo, lahko izvedete nadzor na tak način.

Da ne bi tekmovalci reševali nalog z merjenjem, so **nekatere slike namerno narisane kot nenatančne skice**.

Zahvaljujemo se vam, ker se vključujete v tekmovanje in vas lepo pozdravljamo.

Člani komisije za tekmovanje
Mednarodni matematični kenguru

# Mednarodni matematični kenguru
## 20. marec 2014

# 1. in 2. letnik SŠ, kategorija B

Ime in priimek ____________________

Razred ________ Mentor ____________________

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtino točk, kot je naloga vredna. Če pa pustiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk.

---

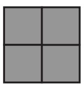
**Naloge, vredne 3 točke**

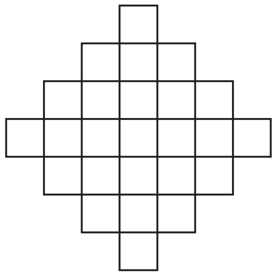
**1.** Tekmovanje Mednarodni matematični kenguru poteka vsako leto 3. četrtek v marcu. Katerega dne v mesecu marcu lahko najprej poteka tekmovanje Mednarodni matematični kenguru?

(**A**) 14. marca (**B**) 15. marca (**C**) 20. marca (**D**) 21. marca (**E**) 22. marca

**2.** Eva je z 8 karticami oblikovala besedo OARGONKA (glej sliko). V 1 potezi lahko Eva zamenja mesti katerihkoli 2 kartic. Najmanj koliko potez mora narediti Eva, da bo s karticami oblikovala besedo KANGAROO?


(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

**3.** Hana bi rada osenčila nekaj kvadratkov velikosti $1 \times 1$ v figuri (glej sliko). Največ koliko kvadratkov velikosti $1 \times 1$ lahko osenči Hana, da v figuri ne bo osenčen noben kvadrat  velikosti $2 \times 2$?

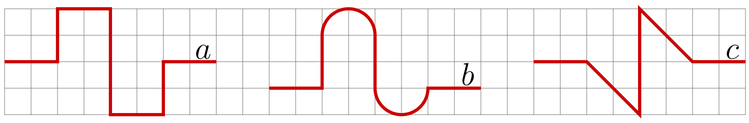


(**A**) 18 (**B**) 19 (**C**) 20
(**D**) 21 (**E**) 22

**4.** Največja ladja za prevoz zabojnikov ima lahko hkrati na krovu 18 000 standardiziranih zabojnikov. Če bi 18 000 standardiziranih zabojnikov po dolžini postavili v vrsto drugega poleg drugega, bi bila vrsta dolga 108 km, kar je približno razdalja od Kopra do Ljubljane. Koliko metrov je dolg 1 standardiziran zabojnik?

(**A**) 6 (**B**) 16 (**C**) 60 (**D**) 160 (**E**) 600

**5.** Črke $a$, $b$ in $c$ označujejo dolžine krivulj (glej sliko). Katera izmed naštetih neenakosti je pravilna?




(**A**) $a < b < c$ (**B**) $a < c < b$ (**C**) $b < a < c$ (**D**) $b < c < a$ (**E**) $c < b < a$

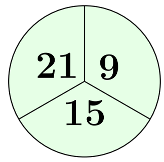
**6.** Katero število je aritmetična sredina števil $\frac{2}{3}$ in $\frac{4}{5}$?

(**A**) $\frac{11}{15}$ (**B**) $\frac{7}{8}$ (**C**) $\frac{3}{4}$ (**D**) $\frac{6}{15}$ (**E**) $\frac{5}{8}$

**7.** Za letnico 2014 velja, da je njena zadnja števka večja od vsote preostalih 3 števk. Pred koliko leti je imela letnica zadnjič to lastnost?

(**A**) 1 (**B**) 3 (**C**) 5 (**D**) 7 (**E**) 11

**8.** Peter rad strelja z lokom v tarčo (glej sliko). Če zgreši tarčo, doseže 0 točk, če pa zadane tarčo, doseže toliko točk, kot je napisano na polju, ki ga je zadel s puščico. Peter je ustrelil 2 puščici in izračunal število doseženih točk. Katero izmed naslednjih števil ne more biti enako številu točk, ki jih je dosegel Peter?




(**A**) 18 (**B**) 21 (**C**) 24 (**D**) 27 (**E**) 30

**Naloge, vredne 4 točke**

**9.** Pia je imela kup kamenčkov. Če jih je razporedila na kupčke po 3, sta ji 2 kamenčka ostala. Tudi če jih je razporedila na kupčke po 5, sta ji 2 kamenčka ostala. Najmanj koliko kamenčkov bi morala Pia dodati na kup, da ji ne bi ostal noben kamenček, niti če bi vse kamenčke s kupa razporedila na kupčke po 3, niti če bi vse kamenčke s kupa razporedila na kupčke po 5?

(**A**) 1 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 10 (**E**) 13

**10.** Kaj je negacija izjave "Vsak dijak je rešil več kot 20 nalog"?

(**A**) Noben dijak ni rešil več kot 20 nalog.
(**B**) Vsaj 1 dijak je rešil največ 20 nalog.
(**C**) Vsak dijak je rešil največ 20 nalog.
(**D**) Vsaj 1 dijak je rešil natanko 20 nalog.
(**E**) Vsaj 1 dijak je rešil več kot 20 nalog.

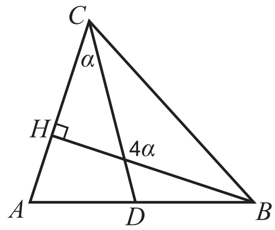
**11.** Iz katerega izmed naslednjih izrazov ne moremo izpostaviti izraza $b + 1$?

(**A**) $2b + 2$ (**B**) $b^2 - 1$ (**C**) $b^2 + b$ (**D**) $-1 - b$ (**E**) $b^2 + 1$

**12.** Toni je v pravokotni koordinatni sistem narisal kvadrat $ABCD$, katerega oglišči $A(-1, 0)$ in $C(5, 0)$ ležita na abscisni osi. Katera izmed spodnjih točk je lahko oglišče kvadrata $ABCD$?

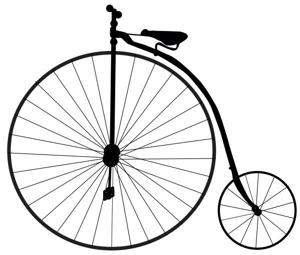
(**A**) $T_1(2, 0)$ (**B**) $T_2(2, 3)$ (**C**) $T_3(2, -6)$ (**D**) $T_4(3, 5)$ (**E**) $T_5(3, -1)$

**13.** Daljica $BH$ je višina na stranico $AC$ trikotnika $ABC$ (glej sliko). Topi kot med daljicama $BH$ in $CD$ je velik štirikrat toliko, kot je velik $\angle ACD$. Koliko stopinj je velik $\angle ACD$?




(**A**) 15 (**B**) 22.5 (**C**) 30
(**D**) 37.5 (**E**) 45

**14.** Obseg sprednje zračnice Sašinega kolesa je 4.2 m, obseg zadnje zračnice pa 0.9 m (glej sliko). V nekem trenutku sta bila ventilčka obeh zračnic hkrati najbližje tlom. Saša je kolo premikala naprej. Čez koliko metrov sta bila ventilčka obeh zračnic prvič ponovno hkrati najbližje tlom?



(**A**) 4.2 (**B**) 6.3 (**C**) 12.6 (**D**) 25.2 (**E**) 37.8

**15.** Kralj Urban je s svojimi služabniki odpotoval z gradu s hitrostjo 5 km/h na obisk v daljno sosednje kraljestvo. Ko so šli mimo jezera, je kralj Urban poslal nazaj na grad 1. služabnika, uro pozneje pa še 2. služabnika. Služabnika sta se na grad vračala s hitrostjo 10 km/h. Koliko minut je minilo med prihodoma služabnikov nazaj na grad?

(**A**) 30 (**B**) 60 (**C**) 75 (**D**) 90 (**E**) 120

**16.** Starosti babice Marije, njene hčere Mire in njene vnukinje Mie, izražene v letih, so potence števila 2. Vsota njihovih starosti, izraženih v letih, je 100. Koliko let je stara vnukinja Mia?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 4 (**D**) 8 (**E**) 16

**Naloge, vredne 5 točk**

**17.** V počitniškem domu Hladen tuš je imelo 6 deklet na voljo 2 kopalnici. Zjutraj so dekleta začela uporabljati kopalnici ob 7.00. Nikoli ni bilo v nobeni kopalnici več kot 1 dekle, vsako dekle je bilo le v 1 kopalnici. Posamezna dekleta so bila v kopalnici 9, 11, 13, 18, 22 in 23 minut. Kdaj najprej so lahko dekleta končala uporabljati kopalnici?

(**A**) Ob 7.48. (**B**) Ob 7.49. (**C**) Ob 7.50. (**D**) Ob 7.51. (**E**) Ob 8.03.

**18.** Nika je napisala vsako število od 1 do 9 v 1 izmed polj tabele velikosti $3 \times 3$. Najprej je napisala števila 1, 2, 3 in 4 (glej sliko), nato pa še preostala števila od 5 do 9. Opazila je, da je vsota števil v poljih, ki imajo skupno stranico s poljem s številom 5, enaka 9. Koliko je vsota števil v poljih, ki imajo skupno stranico s poljem s številom 6?

| | | |
|---|---|---|
| 1 | | 3 |
| | | |
| 2 | | 4 |

(**A**) 14 (**B**) 15 (**C**) 17 (**D**) 28 (**E**) 29

**19.** Dolžina repa krokodila Karla je enaka $\frac{1}{3}$ njegove celotne dolžine. Dolžina Karlove glave je 93 cm in je enaka $\frac{1}{4}$ dolžine krokodila Karla brez repa. Koliko centimetrov je dolg krokodil Karl?

(**A**) 186 (**B**) 372 (**C**) 490 (**D**) 496 (**E**) 558

**20.** Na vseh 6 mejnih ploskvah kocke so napisana števila (glej sliko). Vse 3 vsote števil na nasprotnih mejnih ploskvah so enake. Vsa 3 števila, ki na sliki niso vidna, so praštevila. Katero število je napisano nasproti števila 14?


(**A**) 11 (**B**) 13 (**C**) 17 (**D**) 19 (**E**) 23

**21.** Šahist Bruno je odigral 40 iger in dosegel 25 točk. Zmaga šteje 1 točko, remi $\frac{1}{2}$ točke in poraz 0 točk. Koliko iger več je šahist Bruno zmagal kot izgubil?

(**A**) 5 (**B**) 7 (**C**) 10 (**D**) 12 (**E**) 15

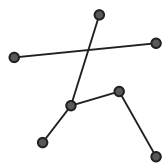
**22.** Trojčice Alina, Karolina in Nikolina so na 1. pomladni dan želele kupiti 3 enake klobuke, vendar je imela Alina denarja le za $\frac{2}{3}$ cene klobuka, Karolina za $\frac{3}{4}$ cene klobuka, Nikolina pa za $\frac{4}{5}$ cene klobuka. Ko so po mesecu dni v trgovini znižali ceno klobuka za 9.40 EUR, bi skupni znesek denarja, ki so ga trojčice imele pred 1 mesecem, ravno zadoščal za nakup 3 klobukov. Koliko evrov je stal 1 klobuk na 1. pomladni dan?

(**A**) 12 (**B**) 16 (**C**) 28 (**D**) 36 (**E**) 112

**23.** Učiteljica Marinka je na tablo napisala 3 enomestna števila. Andraž jih je seštel in dobil 15. Nato je izbrisal 1 izmed števil in namesto tega števila napisal število 3. Nato je Filip zmnožil 3 števila, napisana na tabli, in dobil 36. Katero število bi lahko bilo enako številu, ki ga je izbrisal Andraž?

(**A**) 3 ali 6 (**B**) 7 ali 8 (**C**) samo 6 (**D**) samo 7 (**E**) samo 8

**24.** Miran je na list papirja narisal 7 točk in nekatere povezal z daljicami (glej sliko). Najmanj koliko daljic mora Miran še dorisati, da bo vsaka izmed 7 točk povezana z enakim številom točk?



(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 9 (**E**) 10

**Mednarodni matematični kenguru**
**20. marec 2014**

# 3. in 4. letnik SŠ, kategorija B

Ime in priimek ____________________________

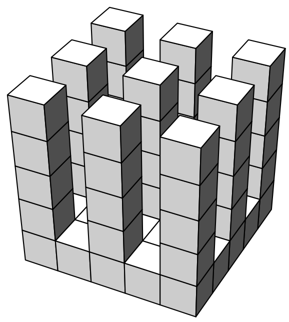
Razred ________ Mentor ________________________

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtino točk, kot je naloga vredna. Če pa pustiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk.

## Naloge, vredne 3 točke

**1.** Klemen je iz majhnih kock velikosti $1 \times 1 \times 1$ oblikoval kocko velikosti $5 \times 5 \times 5$, nato pa odstranil nekaj majhnih kock, tako da je nastala figura, sestavljena iz enako visokih stebrov, postavljenih na kvadratno ploščo (glej sliko). Koliko majhnih kock je odstranil Klemen?



(**A**) 56 (**B**) 60 (**C**) 64 (**D**) 68 (**E**) 80

**2.** Danes je Klarin, Emin in Simonov rojstni dan. Vsota njihovih starosti v letih je 44. Koliko bo vsota njihovih starosti v letih, ko bo prvič ponovno enaka dvomestnemu številu z enakima števkama?

(**A**) 55 (**B**) 66 (**C**) 77 (**D**) 88 (**E**) 99

**3.** Koliko je vrednost izraza $a^{-3b}$, če je $a^b = \frac{1}{2}$?

(**A**) $-8$ (**B**) $\frac{1}{8}$ (**C**) $\frac{1}{6}$ (**D**) 6 (**E**) 8

**4.** V 3 različno velikih košarah je skupaj 48 jajc. V največji in najmanjši košari je skupaj dvakrat toliko jajc kot v srednji košari. V najmanjši košari je pol toliko jajc kot v srednji košari. Koliko jajc je v največji košari?

(**A**) 16 (**B**) 20 (**C**) 24 (**D**) 30 (**E**) 32

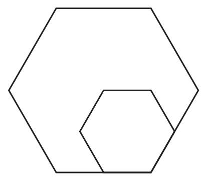
**5.** Koliko je vrednost izraza $\frac{2^{2014}-2^{2013}}{2^{2013}-2^{2012}}$?

(**A**) $2^{2011}$ (**B**) $2^{2012}$ (**C**) $2^{2013}$ (**D**) 1 (**E**) 2

**6.** Iz katerega izmed naslednjih izrazov ne moremo izpostaviti izraza $b+1$?

(**A**) $2b+2$ (**B**) $b^2-1$ (**C**) $b^2+b$ (**D**) $-1-b$ (**E**) $b^2+1$

**7.** Stranice velikega pravilnega šestkotnika so dolge dvakrat toliko kot stranice majhnega pravilnega šestkotnika (glej sliko). Ploščina majhnega pravilnega šestkotnika je 4 $\text{cm}^2$. Koliko kvadratnih centimetrov je ploščina velikega pravilnega šestkotnika?



(**A**) 8 (**B**) 10 (**C**) 12 (**D**) 14 (**E**) 16

**8.** Prikupna Patricija ima elektronski naslov, ki ga poznajo samo njeni 4 bivši fanti. Danes je prejela 8 elektronskih sporočil. Katera izmed naslednjih izjav je zagotovo pravilna?

(**A**) Patricija je prejela 2 elektronski sporočili od vsakega njenega bivšega fanta.

(**B**) Patricija je prejela 8 elektronskih sporočil od 1 njenega bivšega fanta.

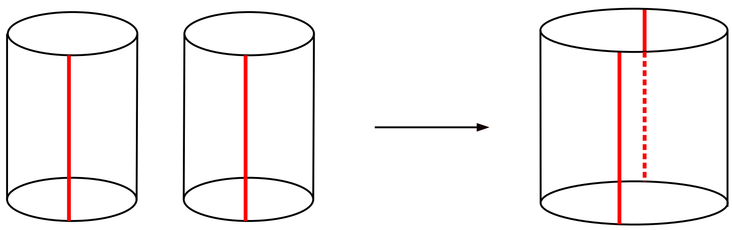
(**C**) Patricija je prejela vsaj 1 elektronsko sporočilo od vsakega njenega bivšega fanta.

(**D**) Patricija je prejela vsaj 2 elektronski sporočili od 1 njenega bivšega fanta.

(**E**) Patricija je prejela vsaj 2 elektronski sporočili od 2 njenih bivših fantov.

## Naloge, vredne 4 točke

**9.** Miha je z navpičnim rezom prerezal plašča 2 enakih valjev in z njima oblikoval plašč večjega valja z isto višino (glej sliko). Označimo prostornino večjega valja z $V_1$, prostornino manjšega pa z $V_2$. Katera izmed naslednjih enakosti je pravilna?



(**A**) $V_1=2V_2$ (**B**) $V_1=3V_2$ (**C**) $V_1=\pi V_2$ (**D**) $V_1=4V_2$ (**E**) $V_1=8V_2$

**10.** Za letnico 2014 velja, da so vse njene števke različne in da je njena zadnja števka večja od vsote preostalih 3 števk. Pred koliko leti je imela letnica zadnjič hkrati ti 2 lastnosti?

(**A**) 5 (**B**) 215 (**C**) 305 (**D**) 395 (**E**) 485

**11.** Zajec Zlatko je jedel zelje, korenje in travo. Vsak dan je pojedel ali 9 korenčkov ali 2 zeljni glavi ali 1 zeljno glavo in 4 korenčke ali samo travo. V preteklih 10 dneh je pojedel 30 korenčkov in 9 zeljnih glav. Koliko dni je v zadnjih 10 dneh zajec Zlatko jedel samo travo?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4

**12.** V vasi Strmi breg je razmerje med številoma odraslih moških in odraslih žensk enako $2:3$, razmerje med številoma odraslih žensk in vseh otrok pa $8:1$. Kolikšno je razmerje med številoma vseh odraslih in vseh otrok v vasi Strmi breg?

(**A**) $10:3$ (**B**) $5:1$ (**C**) $12:1$ (**D**) $13:1$ (**E**) $40:3$

**13.** Gašper in Tevž sta tekmovala, kdo bo rešil več nalog iz knjige, v kateri je zbranih 100 nalog. Za vsako rešeno nalogo je dobil tisti, ki jo je rešil prvi, 4 točke, tisti, ki jo je rešil drugi, pa 1 točko. Kdor naloge ni rešil, ni dobil točk. Vsak izmed njiju je rešil 60 nalog. Skupaj sta dobila 312 točk. Koliko nalog iz knjige sta rešila tako Gašper kot tudi Tevž?

(**A**) 53 (**B**) 54 (**C**) 55 (**D**) 56 (**E**) 57

**14.** Rok se je s kolesom odpeljal od doma na atletski stadion. Načrtoval je, da bi prispel na stadion ob 15. uri. Ker je $\frac{3}{4}$ poti prevozil v $\frac{2}{3}$ načrtovanega časa, je preostanek poti vozil počasneje, tako da je prispel na stadion točno ob 15. uri. Kolikšno je razmerje med Rokovo hitrostjo na prvih $\frac{3}{4}$ poti in Rokovo hitrostjo na preostanku poti, če je na vsakem od obeh delov poti vozil z enakomerno hitrostjo?

(**A**) $5:4$ (**B**) $4:3$ (**C**) $3:2$ (**D**) $2:1$ (**E**) $3:1$

**15.** Učiteljica Marinka je na tablo napisala 3 enomestna števila. Andraž jih je seštel in dobil 15. Nato je izbrisal 1 izmed števil in namesto tega števila napisal število 3. Nato je Filip zmnožil 3 števila, napisana na tabli, in dobil 36. Katero število bi lahko bilo enako številu, ki ga je izbrisal Andraž?

(**A**) 3 ali 6 (**B**) 7 ali 8 (**C**) samo 6 (**D**) samo 7 (**E**) samo 8

**16.** Šahist Bruno je odigral 40 iger in dosegel 25 točk. Zmaga šteje 1 točko, remi $\frac{1}{2}$ točke in poraz 0 točk. Koliko iger več je šahist Bruno zmagal kot izgubil?

(**A**) 5 (**B**) 7 (**C**) 10 (**D**) 12 (**E**) 15

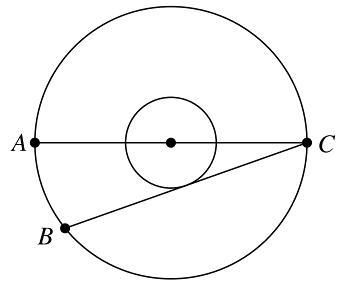
**Naloge, vredne 5 točk**

**17.** Na nogometnem turnirju so sodelovala 4 moštva: $A$, $B$, $C$ in $D$. Vsako moštvo je igralo 1 tekmo z vsakim drugim moštvom. Zmagovalec nogometne tekme je prejel 3 točke, poraženec pa 0 točk. Če je bil izid neodločen, je vsako moštvo prejelo 1 točko. Na koncu turnirja je moštvo $A$ imelo 7 točk, moštvi $B$ in $C$ pa sta imeli vsako po 4 točke. Koliko točk je imelo na koncu turnirja moštvo $D$?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3

(**E**) Nemogoče je določiti.

**18.** Polmera 2 koncentričnih krogov sta v razmerju 1 : 3. Daljica $AC$ je premer velikega kroga, premica $BC$ je tangenta malega kroga (glej sliko). Dolžina daljice $AB$ je 12 cm. Koliko centimetrov je dolg polmer velikega kroga?




(**A**) 13 (**B**) 18 (**C**) 21
(**D**) 24 (**E**) 26

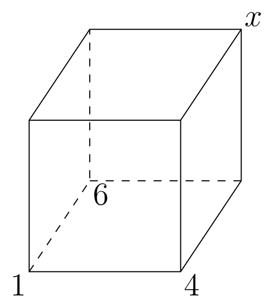
**19.** Koliko trojic naravnih števil $(a, b, c)$, za katere velja $a > b > c > 1$, zadošča neenačbi $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$?

(**A**) Nobena. (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3
(**E**) Neskončno mnogo.

**20.** Janja je opazila, da je 6 tednov enako $n!$ sekund za neko naravno število $n$. Koliko je vrednost $n$?

(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 8 (**D**) 10 (**E**) 12

**21.** Primož bo oštevilčil oglišča kocke s števili od 1 do 8. Za vsako mejno ploskev Primoževe kocke bo vsota števil, s katerimi bodo oštevilčena oglišča te mejne ploskve, enaka. Primož je najprej oštevilčil 3 oglišča (glej sliko). S katerim številom bo Primož oštevilčil oglišče, označeno z $x$?

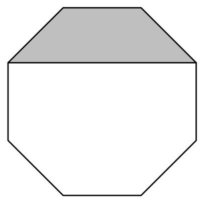



(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 5
(**D**) 7 (**E**) 8

**22.** Kralj Urban je s svojimi služabniki odpotoval z gradu s hitrostjo 5 km/h na obisk v daljno sosednje kraljestvo. Ko so šli mimo jezera, je kralj Urban poslal nazaj na grad 1. služabnika, uro pozneje pa še 2. služabnika. Služabnika sta se na grad vračala s hitrostjo 10 km/h. Koliko minut je minilo med prihodoma služabnikov nazaj na grad?

(**A**) 30 (**B**) 60 (**C**) 75 (**D**) 90 (**E**) 120

**23.** Nina je narisala pravilni osemkotnik in del osenčila (glej sliko). Ploščina osenčenega dela je 3 cm$^2$. Koliko kvadratnih centimetrov je ploščina osemkotnika, ki ga je narisala Nina?



(**A**) $8 + 4\sqrt{2}$ (**B**) 9 (**C**) $8\sqrt{2}$ (**D**) 12 (**E**) 14

**24.** Topljeni sir vsebuje 24 % maščobe. Če bi ga popolnoma izsušili, bi vseboval 64 % maščobe. Koliko odstotkov vode vsebuje topljeni sir?

(**A**) 37.5 (**B**) 42 (**C**) 49 (**D**) 62.5 (**E**) 88