Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

12. tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol
Državno tekmovanje, 21. april 2012

Prilepi nalepko s šifro

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilen odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpišite v levo tabelo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6

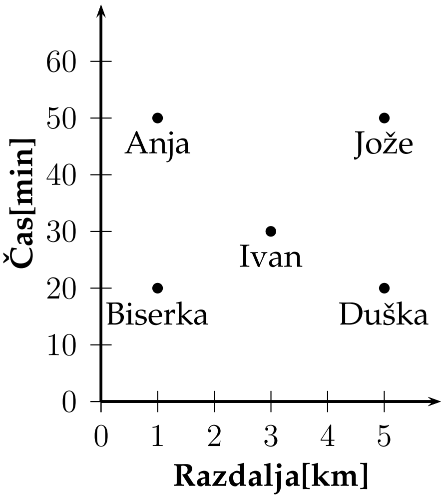
B1	B2	B3	B4

A1 Koliko praznih plastenk z maso 50 g moramo zbrati, če želimo eno tono plastenk?

(**A**) 200 (**B**) 2000 (**C**) 20000 (**D**) 200000 (**E**) 2000000

A2 Slika prikazuje, koliko časa porabi pet ljudi, da prepotuje določeno razdaljo. Kateri od njih je v povprečju najhitrejši?

(**A**) Anja (**B**) Biserka (**C**) Duška
(**D**) Ivan (**E**) Jože

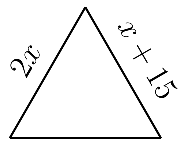


A3 V avtomehanični delavnici smo plačali za popravilo avtomobila 300 EUR. V tem znesku je vštetih 240 EUR za material. Koliko so obračunali eno delovno uro, če je popravilo trajalo $\frac{3}{4}$ ure?

(**A**) 30 EUR (**B**) 45 EUR (**C**) 60 EUR
(**D**) 80 EUR (**E**) 100 EUR

A4 Stranici enakostraničnega trikotnika merita $2x$ in $x+15$, kot kaže slika. Obseg trikotnika meri:

(**A**) 15 (**B**) 30 (**C**) 45 (**D**) 60 (**E**) 90



A5 Babica ima na mizi štiri vrečke bonbonov in še pet posameznih bonbonov. V vsaki vrečki je n bonbonov. Kateri izraz prikazuje število vseh bonbonov na mizi?

(**A**) $5+4n$ (**B**) $4+5+n$ (**C**) $4+5$
(**D**) $(4+5)n$ (**E**) $4+5n$

A6 Če je $\binom{5}{1}=\frac{5}{1}$, $\binom{5}{2}=\frac{5\cdot4}{1\cdot2}$, $\binom{5}{3}=\frac{5\cdot4\cdot3}{1\cdot2\cdot3}$, $\binom{5}{4}=\frac{5\cdot4\cdot3\cdot2}{1\cdot2\cdot3\cdot4}$, potem je $\binom{4}{1}+\binom{4}{3}$:

(**A**) 8 (**B**) 10 (**C**) 12 (**D**) 14 (**E**) 16

© 2012 DMFA Slovenije, Komisija za tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol

B1. Jan je med počitnicami opravljal počitniško delo. Njegov zaslužek je prikazan v tabeli.

Dnevi	**Zaslužek v EUR**
Ponedeljek	12
Torek	
Sreda	20
Četrtek	

A. Koliko je zaslužil v torek, če je njegov povprečni zaslužek v prvih treh dneh 14 EUR na dan?

B. Koliko je zaslužil v četrtek, če je v štirih dneh od ponedeljka do četrtka zaslužil 50 EUR?

C. Glede na zahtevnost dela, ki ga je opravljal, je imel vsak dan različno urno postavko. Kolikšno urno postavko je imel v ponedeljek, če je delal 1 uro in 15 minut?

D. V sredo je bila njegova urna postavka 4 EUR, v četrtek pa samo petina sredine ure. Koliko ur je opravil v četrtek?

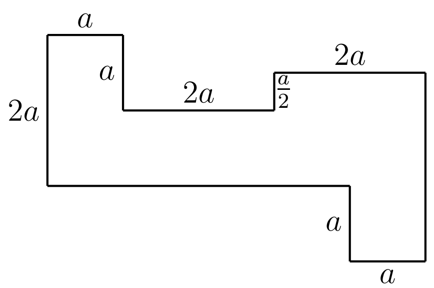
B2. Sašo se je sedem tednov pripravljal za kolesarski maraton. Kolesaril je trikrat tedensko. Vsak naslednji teden je prekolesaril 30 km več kot prejšnji teden. Vsak teden je prva dva dneva prekolesaril enaki razdalji, tretji dan pa za 10 km daljšo razdaljo od prvih dveh dnevov. Prvi teden je prekolesaril 70 km.

A. Koliko km je Sašo prekolesaril prvi dan priprav?

B. Koliko km je prekolesaril zadnji dan priprav?

C. Koliko km je prekolesaril v sedemtedenskih pripravah?

B3. Dvorišče ima tloris lika na sliki:



A. Zapišite izraz (s spremenljivko a) za obseg lika in ga poenostavite.

B. Zapišite izraz (s spremenljivko a) za ploščino lika in ga poenostavite.

C. Dvorišče bi radi tlakovali s kvadratnimi ploščicami dimenzije 20 cm $\times$ 20 cm. Najmanj koliko ploščic potrebujemo, če je $a = 2$ m?

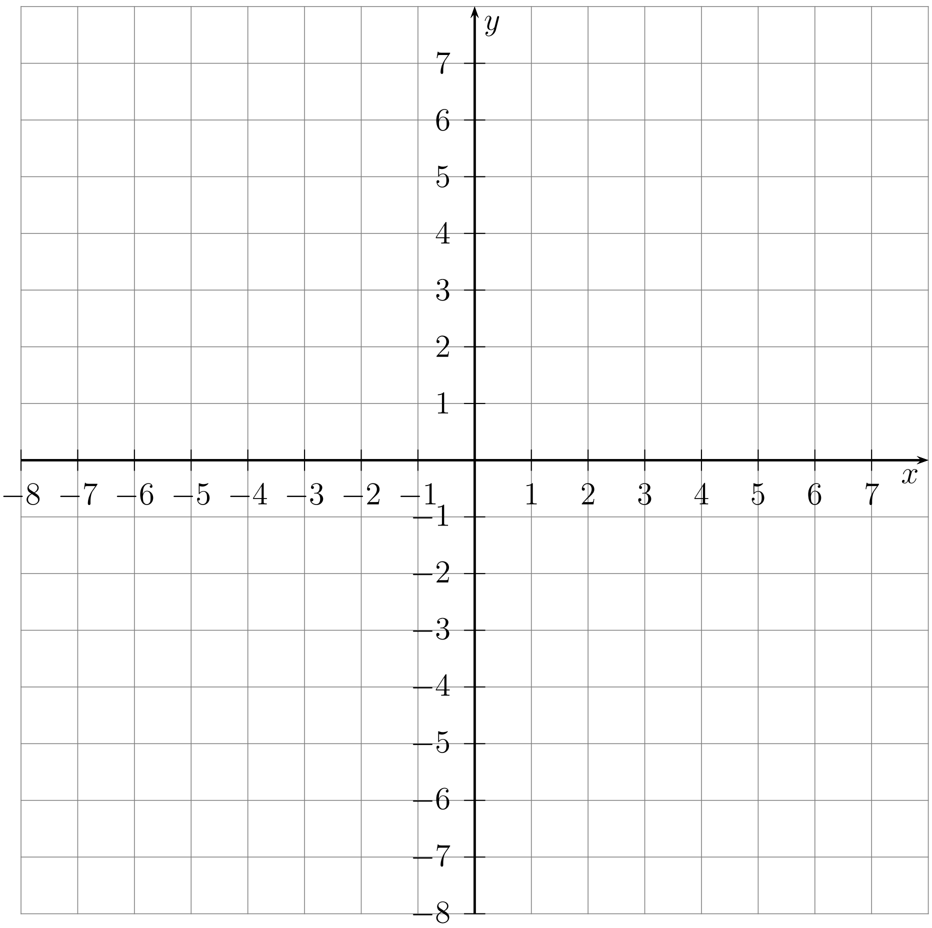
B4. Pitagorejska trojica imenujemo tri naravna števila a, b, c, za katere velja $a^2 + b^2 = c^2$. Trojica števil $3, 4, 5$ je pitagorejska trojica.

A. Preverite z računom, ali je trojica števil $7, 8, 9$ pitagorejska.

B. Poiščite še eno pitagorejsko trojico.

C. Zapišite vsa trimestna števila, ki jih lahko tvorimo s števkami $3, 4, 5$, pri čemer se števke ne ponavljajo.

D. V koordinatnem sistemu narišite trikotnik, katerega dolžine stranic so pitagorejska trojica $3, 4, 5$ in ima eno izmed oglišč v točki $(-2, 1)$. Konstruirajte težišče ali izračunajte njegovi koordinati.



12. tekmovanje v znanju matematike
za dijake poklicnih šol
Državno tekmovanje, 21. april 2012

Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki
– smiselno upošteva besedilo naloge,
– vodi k rešitvi problema,
– je matematično pravilen in popoln.

V tabeli so zapisani pravilni odgovori izbirnih nalog. Vsak pravilen odgovor točkujemo z 2 točkama, nepravilen z $-0{,}5$ točke, če naloga ni rešena, 0 točk.

A1	A2	A3	A4	A5	A6
C	C	D	E	A	A

A1. Potrebno je zbrati 20000 plastenk, saj je 1 t $= 1000000$ g $= 20000 \cdot 50$ g.

A2. Hitrost izračunamo po formuli $v = \frac{s}{t}$, kjer je s razdalja, t pa čas. Iz grafa odčitamo podatke in izračunamo posamične hitrosti:
$v_{Anja} = \frac{1\text{ km}}{50\text{ min}} = 0,02\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$,
$v_{Biserka} = \frac{1\text{ km}}{20\text{ min}} = 0,05\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$,
$v_{Ivan} = \frac{3\text{ km}}{30\text{ min}} = 0,1\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$,
$v_{Joze} = \frac{5\text{ km}}{50\text{ min}} = 0,1\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$,
$v_{Duska} = \frac{5\text{ km}}{20\text{ min}} = 0,25\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$. Največjo hitrost ima Duška.

A3. Iz enačbe $\frac{3}{4} \cdot x + 240 = 300$ izračunamo neznano vrednost delovne ure $x = 80$ EUR.

A4. Ker so v enakostraničnem trikotniku vse stranice enako dolge, iz enačbe $2x = x + 15$ dobimo, da je $x = 15$. Od tod je stranica a enaka $2x = 30$. Obseg trikotnika je $3 \cdot 30 = 90$.

A5. Štiri vrečke po n bonbonov pomeni $4n$. Če zraven dodamo še 5 bonbonov, dobimo izraz $5 + 4n$.

A6. Po analogiji je $\binom{4}{1} = \frac{4}{1} = 4$ in $\binom{4}{3} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 4$. Zato je $\binom{4}{1} + \binom{4}{3} = 4 + 4 = 8$.

© 2012 DMFA Slovenije, Komisija za tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol

DALJŠE NALOGE

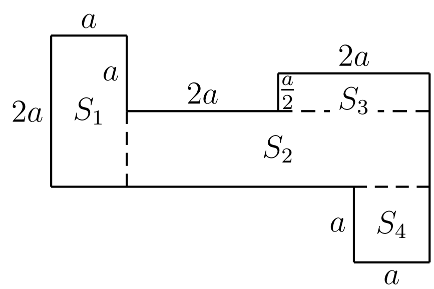
B1. Iz enačbe $\frac{12+x+20}{3} = 14$ izračunamo torkov zaslužek $x = 10$ evrov. Od ponedeljka do srede je zaslužil $12 + 10 + 20 = 42$ evrov. Ker je v prvih štirih dneh skupaj zaslužil 50 evrov, je četrtkov zaslužek znašal $50 - 42 = 8$ evrov.
Za $1 \mathrm{~h}$ in $15 \mathrm{~min} = 1{,}25 \mathrm{~h}$ dela v ponedeljek je prejel 12 evrov. Njegova urna postavka ta dan je bila $\frac{12 \mathrm{~EUR}}{1{,}25 \mathrm{~h}} = 9,6 \frac{\mathrm{EUR}}{\mathrm{h}}$. Četrtkova urna postavka je $\frac{1}{5}$ od $4 \frac{\mathrm{EUR}}{\mathrm{h}} = 0,8 \frac{\mathrm{EUR}}{\mathrm{h}}$. Za 8 evrov zaslužka je Jan v četrtek opravil 10 ur.

- **A.** Izračun torkovega zaslužka 10 evrov. .... **2 t**
- **B.** Izračun četrtkovega zaslužka 8 evrov. .... **1 t**
- **C.** Izračun urne postavke za ponedeljek: $9{,}6 \frac{\mathrm{EUR}}{\mathrm{h}}$ .... **2 t**
- **D.** Izračunan števila opravljenih ur v četrtek: 10. .... **2 t**

B2. Enačba $x+x+(x+10) = 70$ opisuje prevožene kilometre v prvem tednu. Prvi dan priprav je prevozil $x = 20$ km. Za zadnji teden priprav zapišemo enačbo $z+z+(z+10) = 250$, $z = 80$. Zadnji dan priprav je Sašo prevozil $z + 10 = 90$ km. Ker vsak teden prevozi 30 km več kot prejšnji teden, je celotno prevoženo število km: $70+100+130+160+190+220+250 = 1120$ km.

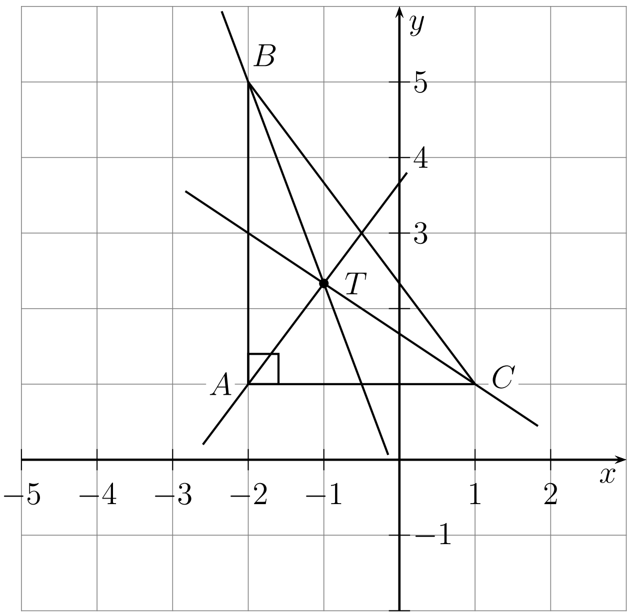
- **A.** Prvi dan je prevozil 20 km. .... **1 t**
- **B.** Sedmi teden je prekolesaril 250 km. .... **2 t**
  Zadnji dan je prekolesaril 90 km. .... **2 t**
- **C.** V sedmih tednih je prekolesaril 1120 km. .... **2 t**

B3. Obseg lika je vsota dolžin vseh njegovih stranic: $2a + a + a + 2a + \frac{a}{2} + 2a + \frac{3a}{2} + a + a + a + 4a = 17a$. Tloris dvorišča razdelimo na manjše pravokotnike, naprimer kot na sliki. Ploščina lika je vsota ploščin teh štirih pravokotnikov: $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 2a \cdot a + 4a \cdot a + 2a \cdot \frac{a}{2} + a \cdot a = 2a^2 + 4a^2 + a^2 + a^2 = 8a^2$
Če je $a = 2$ m, je ploščina dvorišča $S = 8 \cdot (2 \mathrm{~m})^2 = 32 \mathrm{~m}^2$. Ploščina ene ploščice je $20 \mathrm{~cm} \cdot 20 \mathrm{~cm} = 400 \mathrm{~cm}^2 = 0,04 \mathrm{~m}^2$. Za tlakovanje dvorišča bi potrebovali najmanj $\frac{32 \mathrm{~m}^2}{0{,}04 \mathrm{~m}^2} = 800$ ploščic.



- **A.** Zapisan in poenostavljen izraz za obseg lika $17a$. .... **2 t**
- **B.** Zapisan in poenostavljen izraz za ploščino lika $8a^2$ .... **2 t**
- **C.** Izračunana ploščina dvorišča $32 \mathrm{~m}^2$. .... **1 t**
  Izračunana ploščina ene ploščice $0,04 \mathrm{~m}^2$ .... **1 t**
  Izračunano število ploščic: 800 ali zapisan odgovor. .... **1 t**

B4. Ker $7^2 + 8^2 \neq 9^2$, trojica števil $7, 8, 9$ ni pitagorejska.
Pitagorejskih števil je neskončno mnogo, npr. $6, 8, 10$.
S ciframi $3, 4, 5$ lahko tvorimo 6 različnih števil, pri čemer se števke ne ponavljajo: 345, 354, 435, 453, 534, 543.
V koordinatnem sistemu narišemo pravokotni trikotnik s katetama 3 in 4 ter hipotenuzo 5 (več možnosti). Težišče trikotnika je presečišče težiščnic; težiščnica je daljica, ki povezuje oglišče z razpoloviščem nasprotne stranice. Koordinate težišča lahko odčitamo ali izračunamo: $T(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3})$, pri čemer so točke (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) oglišča trikotnika. Npr. za narisan primer je težišče $T\left(-1, \frac{7}{3}\right)$.



A. Potrditev z računom, da trojica števil $7, 8, 9$ ni pitagorejska. . . . . **1 t**
B. Pravilno zapisana pitagorejska trojica, ki ni $3, 4, 5$ (rešitev je neskončno mnogo). . . . **2 t**
C. Zapis vseh 6 števil 345, 354, 435, 453, 534, 543. . . . . **1 t**
D. Narisan trikotnik v koordinatnem sistemu. . . . . **1 t**
Konstrukcija ali izračun težišča. . . . . **2 t**