

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE

šolsko leto 2003/04

1. skupina (nižja stopnja zahtevnosti)

Datum: 16.4.2004

Čas pisanja: 9.00 – 10.30

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalno.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevaj vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokroži na dve decimalni mesti.
- Vse logične in matematične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. naloga (7 točk)

Tovarna dela v dveh izmenah in ima v proizvodnji zaposlenih 520 delavcev. V prvi izmeni dela 60 % teh delavcev, preostali so v drugi izmeni.

- a) Prva izmena je izdelala v 20 delovnih dneh januarja 5.400 izdelkov v 7,5 urah dnevno. Druga izmena je delala samo 19 dni in sicer 8 ur dnevno. Koliko izdelkov je naredila druga izmena? [3t]

- b) Po koliko ur dnevno bo morala delati druga izmena v februarju pri enakem številu delavcev kot mesec prej, če bodo zopet delali 19 dni, storilnost pa je v primerjavi s prvo izmeno narasla za 8 %, želijo pa izdelati 3.700 izdelkov? Prva izmena bo delala s 312 delavci enako število dni in enako število ur dnevno ter proizvedla zopet 5.400 izdelkov. [3t]

- c) Za koliko odstotkov je druga izmena izdelala v februarju več oz. manj kosov kot v januarju? [1t]

2. naloga (7 točk)

Trgovec bo kupil tri vrste kave, katerih nabavne cene so 450 SIT, 900 SIT in 1.100 SIT za kg. Naredil bo 3,4 t mešanice, katere nabavna cena bo 1.000 SIT za kg.

a) Koliko posameznih vrst kave naj nabavi? [2t]

b) Trgovec je zaradi ugodne cene nabavil 750 kg kave po 450 SIT. Koliko kave po 900 SIT in 1.100 SIT naj meša zraven, da bo nabavna cena mešanice zopet 1.000 SIT za kg? [2t]

c) Dobavitelj je ceno najcenejše kave povišal za 20 %. Trgovec je te kave nabavil 400 kg. Kave po 900 SIT je nabavil prav tako 400 kg. Kave po 1.100 SIT pa je nabavil 2,6 tone. Na nabavno ceno bi trgovec rad postavil 15 % marže. Kakšna bo cena za kg mešanice z maržo? [3t]

3. naloga (7 točk)

Tri občine nameravajo skupaj zgraditi rekreacijsko središče v vrednosti 172.000.000 SIT.

- a) Po prvem načrtu bodo občine sredstva prispevale v premem sorazmerju s številom prebivalcev in v obratnem sorazmerju s številom brezposelnih. Občina A ima 180.000 prebivalcev in 3.000 brezposelnih, občina B ima 300.000 prebivalcev in 1.500 brezposelnih, občina C pa ima 180.000 prebivalcev in 1.800 brezposelnih. Koliko sredstev bo prispevala posamezna občina? [2t]

- b) Po drugem načrtu bi 30 % sredstev prispevalo Ministrstvo za znanost, šolstvo in šport. Občina A bi odstopila zemljišče in od preostalih 70 % vrednosti prispevala 1/5, ostanek pa bi pokrili občini B in C v razmerju 3:2. Koliko bo prispevala posamezna občina? [3t]

- c) Po zadnjem načrtu bo rekreacijsko središče v višini 25 % financirala četrta občina, prve tri občine pa si bodo preostanek razdelile v enakih delih. Koliko bo prispevala vsaka od štirih občin? [2t]

4. naloga (7 točk)

Fotoaparati se je podražil za 15 %, nato se je trgovec zaradi konkurence premislil in aparat pocenil za 15 %. Čez nekaj časa je aparat podražil za 2,3 % in sedaj stane 64.999 SIT.

a) Kolikšna je bila začetna (prvotna) cena fotoaparata? [3t]

b) Kolikšna je razlika v ceni med začetno in končno ceno? [1t]

c) Koliko odstotkov znaša celotna pocenitev ali podražitev glede na začetno ceno? [1t]

d) Koliko je znašala cena po prvi podražitvi? [1t]

e) Kolikšna je maloprodajna cena fotoaparata, če ceni dodamo še 20-odstotni DDV? [1t]

DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE

Šolsko leto 2003/04

2. skupina (višja stopnja zahtevnosti)

Datum: 16.4.2004

Čas pisanja: od 9.00 do 10.30

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalno.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevaj vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokroži na dve decimalni mesti.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. naloga:

Gospodinjski aparat v vrednosti 165.000,00 SIT smo ob nakupu 12. 2. 2004 plačali z 20 % pologom, ostanek pa čez 45 dni z zneskom 132.998,10 SIT. V računih upoštevaj navadno obrestovanje in sistem (K, 366)!

a) S kolikšno letno obrestno mero se je obrestoval ostanek? (2 točki)

b) Kdaj (datum) bi morali poravnati ostanek z zneskom 135.000,00 SIT, če bi veljala 7,2 % letna obrestna mera? Izračunano število dni zaokroži navzgor. (2 točki)

c) Za koliko dni se skrajša rok plačila pri pogojih pod točko b), če se letna obrestna mera 7,2% poveča za

- eno odstotno točko
- en odstotek?

Izračunani števili dni zaokroži navzgor.

(3 točke)

2. naloga:

Posojilo, ki je bilo izplačano pred tremi leti v višini 135.000,00 EUR bo odplačano v 3 delih oz. obrokih. Obroki dospevajo na vsakih 36 mesecev – štetje se prične ob izplačila posojila. Prva dva obroka bosta odplačana v višini po 40.000,00 EUR, zadnji obrok pa bo predstavljal dokončno poplačilo dolga. Posojilojemalec se je z banko dogovoril, da bo obračun posojila potekal anticipativno.

a) Kolikšen bo zadnji - tretji obrok, če bo v računu ves čas veljala enotna 4,8 % p. a. anticipativna obrestna mera pri letni kapitalizaciji obresti. (2 točki)

b) Kolikšen bi bil zadnji - tretji obrok, če bi se ob vsakem odplačanem obroku obrestna mera znižala za 0,3 odstotne točke glede na predhodno?
V tem primeru v računu upoštevaj začetno oz. izhodiščno letno obrestno mero v višini $\pi = 5,3 \%$, celoten obrestovalni čas pa velja kvartalna - četrletna kapitalizacija obresti in relativna metoda obrestovanja. (3 točke)

c) Izračunaj takšno dekurzivno letno obrestno mero, ki bi dala popolnoma enake obresti, kot jih je prinesla anticipativna obrestna mera v nalogi 1. Izračuna bi bila v tem primeru ekvivalentna.
Izračunano obrestno mero zaokroži na dve decimalni mesti. (2 točki)

3. naloga:

Nekdo varčuje. Že 30.06.1998 je v ta namen vložil na račun v banki 500.000,00 SIT, nato je 31.12.2001 vložil še 1.000.000,00 SIT. Ob koncu 9. meseca v letu 2004 načrtuje nakup novega avtomobila in predvidoma naj bi v ta namen iz tega varčevalnega računa namenil točno polovico celotne končne vrednosti obeh vloženi glavnic. Obrestovanje poteka obrestnoobrestno, in sicer prvi dve in pol leti (šteto od datuma prvega pologa) s 5,5 % p.a. obrestno mero pri polletni kapitalizaciji, nato pa se letna obrestna mera poveča na 6,0 % pri kvartalnem pripisu obresti in takšna obvelja vse do dviga ob nakupu avtomobila.

a) Kolikšna je skupna končna vrednost glavnic ob koncu septembra (t. j. 30. 9.) v letu 2004, če bo račun izdelan po relativni metodi? Kolikšno vsoto bo varčevalec namenil za nakup avtomobila? *(2 točki)*

b) Kolikšne skupne obresti bi prinesla oba pologa v njuno končno vrednost na dan 30.09.2004 če bi celoten račun potekal po konformni metodi? *(3 točke)*

c) Varčevalec želi ostalo polovico končne vrednosti glavnic iz naloge 1 v naslednjih 4-ih letih povečati za vsaj 27 %? Vsaj kolikšna bi morala biti v tem primeru letna dekurzivna obrestna mera, če bi banka v računu upoštevala letni pripis obresti? Obrestno mero zaokroži na dve decimalni mesti. *(2 točki)*

4. naloga:

Imamo pravico do šest let trajajoče neposredne letne prenumerandne rente v znesku 54.000,00 SIT. V vseh izračunih upoštevaj relativno obrestovanje.

a) Ali nam bo banka pripravljena zamenjati to rento za dve leti odloženo in pet let trajajočo polletno postnumerandno rento v znesku 38.000,00 SIT, če je letna dekurzivna obrestna mera 8,5 %, polletna kapitalizacija in relativno obrestovanje? Kriterij za odločanje naj bosta začetni vrednosti sklada obeh rent ! *(3 točke)*

b) Za koliko odstotkov je začetna vrednost sklada prve rente višja oz. nižja od začetne vrednosti sklada druge rente? *(2 točki)*

c) Kolikšna bi morala biti višina polletne rente, da bi bili renti enakovredni? *(2 točki)*

NALOGE ZA DRŽAVNO TEKMOVANJE 2003/04 (NIŽJI NIVO)

1. Tovarna dela v dveh izmenah in ima v proizvodnji zaposlenih 520 delavcev. V prvi izmeni dela 60% teh delavcev, drugi so v drugi izmeni.
 - a) Prva izmena je izdelala v 20 delovnih dneh januarja 5.400 izdelkov v 7,5 urah dnevno. Druga izmena je delala samo 19 dni in sicer 8 ur dnevno. Koliko izdelkov je naredila druga izmena? (R: 3648)
 - b) Po koliko ur dnevno bo morala delati druga izmena v februarju pri enakem številu delavcev kot mesec prej, če bodo zopet delali 19 dni, storilnost pa je v primerjavi s prvo izmeno narasla za 8%, želijo pa izdelati 3.700 izdelkov? Prva izmena bo delala s 312 delavci enako število dni in enako število ur dnevno ter proizvedla zopet 5.400 izdelkov. (R: 7,5 ur)
 - c) Za koliko odstotkov več oz. manj je druga izmena izdelala v februarju kot v januarju? (R: 1,4%)

2. Trgovec bo kupil tri vrste kave, katerih nabavne cene za kg so 450 SIT, 900 SIT in 1.100 SIT. Naredil bo 3,4 t mešanice, katere nabavna cena bo 1.000 SIT za kg.
 - a) koliko posameznih vrst kave naj nabavi? (R: 400 kg po 450 SIT, 400 kg po 900 SIT, 2.600 kg po 1.100 SIT)
 - b) Trgovec je zaradi ugodne cene nabavil 750 kg kave po 450 SIT. Koliko kave po 900 SIT in 1.100 SIT naj meša zraven, da bo nabavna cena mešanice zopet 1.000 SIT za kg? (R: 750 kg po 900 SIT in 4.875 kg po 1.100 SIT)
 - c) Dobavitelj je ceno najcenejše kave povišal za 20%. Trgovec je te kave nabavil 400 kg. Kave po 900 SIT je nabavil prav tako 400 kg. Kave po 1.100 SIT pa je nabavil 2,6 tone. Na nabavno ceno bi trgovec rad postavil 15% maržo. Kakšna bo cena za kg mešanice z maržo? (R: 1.162,18 SIT)

3. Tri občine nameravajo skupaj zgraditi rekreacijsko središče v vrednosti 172.000.000 SIT.
 - a) po prvem načrtu bodo občine sredstva prispevale v premem sorazmerju s številom prebivalcev in v obratnem sorazmerju s številom brezposelnih. Občina A ima 180.000 prebivalcev in 3.000 brezposelnih, občina B ima 300.000 prebivalcev in 1.500 brezposelnih, občina C pa ima 180.000 prebivalcev in 1.800 brezposelnih. Koliko sredstev bo prispevala posamezna občina? (R: A=28.666.666,67 SIT, B=95.555.555,55 SIT, C=47.777.777,78 SIT)
 - b) Po drugem načrtu bi 30% sredstev prispevalo Ministrstvo za znanost, šolstvo in šport. Občina A bi odstopila zemljišče in od preostalih 70% vrednosti prispevala 1/5, ostanek pa bi pokrili občini v razmerju 3:2. Koliko bo prispevala posamezna občina? (R: A=24.080.000 SIT, B=57.792.000 SIT, C=38.528.000 SIT)
 - c) Po zadnjem načrtu bo rekreacijsko središče v višini 25% financirala četrta občina, prve tri občine pa si bodo preostanek razdelile v enakih delih. Koliko bo prispevala vsake od štirih občin? (R: A=B=C=D=43.000.000 SIT)

4. Fotoaparat se je podražil za 15%, nato se je trgovec zaradi konkurence premislil in aparat pocenil za 15%. Čez nekaj časa je aparat podražil za 2,3% in sedaj stane 64.999 SIT.
 - a) Kolikšna je bila začetna (prvotna) cena fotoaparata? (R: 65.000,14 SIT)
 - b) Kolikšna je razlika v ceni med začetno in končno ceno? (R: 1,14 SIT)
 - c) Koliko % znaša celotna pocenitev ali podražitev glede na začetno ceno? (R: 0,0018%)
 - d) Koliko je znašala cena po prvi podražitvi? (R: 74.750,16 SIT)

- e) Koliko je maloprodajna cena fotoaparata, če ceni dodamo še 20% DDV? (R: 77.998,80 SIT)

NALOGE ZA DRŽAVNO TEKMOVANJE 2003/04 (VIŠJI NIVO)

1. naloga:

Gospodinjski aparat v vrednosti 165.000,00 SIT smo ob nakupu 12. 2. 2004 plačali z 20 % pologom, ostanek pa čez 45 dni z zneskom 132.998,10 SIT. V računih upoštevaj navadno obrestovanje in sistem (K, 366)!

- a) S kolikšno letno obrestno mero se je obrestoval ostanek? (R: 6,15 %)
- b) Kdaj (datum) bi morali poravnati ostanek z zneskom 135.000,00 SIT, če bi veljala 7,2 % letna obrestna mera? Izračunano število dni zaokroži navzgor. (R: 116 dni oz. 7.6.2004)
- c) Za koliko dni se skrajša rok plačila pri pogojih pod točko b), če se letna obrestna mera 7,2% poveča za
- eno odstotno točko
 - en odstotek?

Izračunani števili dni zaokroži navzgor. (R: za 14 dni, za 1 dan)

2. naloga:

Posojilo, ki je bilo izplačano pred tremi leti v višini 135.000,00 EUR bo odplačano v 3 delih oz. obrokih. Obroki dospevajo na vsakih 36 mesecev – štetje se prične ob izplačila posojila. Prva dva obroka bosta odplačana v višini po 40.000,00 EUR, zadnji obrok pa bo predstavljal dokončno poplačilo dolga. Posojiljemalec se je z banko dogovoril, da bo obračun posojila potekal anticipativno.

- a) Kolikšen bo zadnji - tretji obrok, če bo v računu ves čas veljala enotna 4,8 % p. a. anticipativna obrestna mera pri letni kapitalizaciji obresti. (R: 110.091,50 EUR)
- b) Kolikšen bi bil zadnji - tretji obrok, če bi se ob vsakem odplačanem obroku obrestna mera znižala za 0,3 odstotne točke glede na predhodno? V tem primeru v računu upoštevaj začetno oz. izhodiščno letno obrestno mero v višini $\pi = 5,3 \%$, celoten obrestovalni čas pa velja kvartalna - četrletna kapitalizacija obresti in relativna metoda obrestovanja. (R: 112.623,56 EUR)
- c) Izračunaj takšno dekurzivno letno obrestno mero, ki bi dala popolnoma enake obresti, kot jih je prinesla anticipativna obrestna mera v nalogi 1. Izračuna bi bila v tem primeru ekvivalentna. Izračunano obrestno mero zaokroži na dve decimalni mesti. (R: 5,04 % p.a.)

3. naloga:

Nekdo varčuje. Že 30.06.1998 je v ta namen vložil na račun v banki 500.000,00 SIT, nato je 31.12.2001 vložil še 1.000.000,00 SIT. Ob koncu 9. meseca v letu 2004 načrtuje nakup novega avtomobila in predvidoma naj bi v ta namen iz tega varčevalnega računa namenil točno polovico celotne končne vrednosti obeh vloženi glavnic. Obrestovanje poteka obrestnoobrestno, in sicer prvi dve in pol leti (šteto od datuma prvega pologa) s 5,5 % p.a. obrestno mero pri polletni kapitalizaciji, nato pa se letna obrestna mera poveča na 6,0 % pri kvartalnem pripisu obresti in takšna obvelja vse do dviga ob nakupu avtomobila.

- a) Kolikšna je skupna končna vrednost glavnic ob koncu septembra (t. j. 30. 9.) v letu 2004, če bo račun izdelan po relativni metodi? Kolikšno vsoto bo varčevalec namenil za nakup avtomobila? (R: 1.893.877,67 SIT; nakup: 946.938,33 SIT)

- b) Kolikšne skupne obresti bi prinesla oba pologa v njuno končno vrednost na dan 30.09.2004 če bi celoten račun potekal po konformni metodi? (R: 385.002,44 SIT)
- c) Varčevalec želi ostalo polovico končne vrednosti glavnice iz naloge 1 v naslednjih 4-ih letih povečati za vsaj 27 %? Vsaj kolikšna bi morala biti v tem primeru letna dekurzivna obrestna mera, če bi banka v računu upoštevala letni pripis obresti? Obrestno mero zaokroži na dve decimalni mesti. (R: 6,16 % p.a.)

4. naloga:

Imamo pravico do šest let trajajoče neposredne letne prenumerandne rente v znesku 54.000,00 SIT. V vseh izračunih upoštevaj relativno obrestovanje.

- a) Ali nam bo banka pripravljena zamenjati to rento za dve leti odloženo in pet let trajajočo polletno postnumerandno rento v znesku 38.000,00 SIT, če je letna dekurzivna obrestna mera 8,5 %, polletna kapitalizacija in relativno obrestovanje? Kriterij za odločanje naj bosta začetni vrednosti sklada obeh rent! (R: DA; 265.793,34 SIT; 257.727,02 SIT)
- b) Za koliko odstotkov je začetna vrednost sklada prve rente višja oz. nižja od začetne vrednosti sklada druge rente? (R: 3,13 %)
- c) Kolikšna bi morala biti višina polletne rente, da bi bili renti enakovredni? (R: 39.189,32 SIT)