

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

ŠOLSKO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE
za srednje šole za bronasto priznanje

Šolsko leto 2003/04

1. skupina (nižja stopnja zahtevnosti)

Datum: 29.3.2004

Čas pisanja: od 12.30 do 14.00

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalo.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevaj vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokroži na dve decimalni mesti.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					16

Ime in priimek: _____ (velike tiskane črke)

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. naloga (4 točke)

Za pokritje prostorov s ploščicami so potrebovali 1.280 ploščic z dolžino 15 cm in širino 20 cm.

- a) Koliko ploščic bodo potrebovali za pokritje istih prostorov, če se dolžina in širina ploščic povečata za polovico, hkrati pa pričakujejo zaradi slabše kvalitete za 16% večjo porabo? [2t]

- b) Primerjaj število ploščic v prvem in drugem primeru in izrazi razliko

- Absolutno

[1t]

- Relativno

[1t]

2. naloga (4 točke)

Nemški uvoznik je iz ZDA uvozil tekoče milo.

- a) Koliko EUR je plačal nemški uvoznik za liter mila, če stane v ZDA 1 galona mila 43 USD? [2t]

1 galona	3,7856 litra
1 USD	205,5321 SIT
1 EUR	235,8892 SIT

- b) Koliko EUR je uvoznik plačal za vsaka 2 dl tekočega mila, če v ZDA stane 1 galona takega mila 43 USD in je plačal 29% carine? [2t]

3. naloga (4 točke)

Otrokom starim 12, 8 in 6 let razdelimo žepnino v višini 6.000 SIT po naslednjih ključih:

- četrtno žepnine tako, da vsak mlajši otrok dobi 200 SIT manj
- 1.800 SIT razdelimo v obratnem razmerju njihovi starosti
- ostanek denarja na enake dele

Koliko dobi vsak?

4. naloga (4 točke)

Cena nekega blaga se je najprej povečala za 15%, nato se je znižala za 8% in je na koncu znašala 3.500 SIT.

a) Koliko SIT je znašala prvotna cena blaga? [2t]

b) Koliko % je znašala skupna sprememba končne cene glede na prvotno ceno? [1t]

c) Koliko je znašala cena po podražitvi? [1t]

ŠOLSKO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE
za srednje šole za bronasto priznanje

Šolsko leto 2003/04

2. skupina (višja stopnja zahtevnosti)

Datum: 29.3.2004

Čas pisanja: od 12.30 do 14.00

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalno.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevaj vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokroži na dve decimalni mesti.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Ime in priimek: _____ (velike tiskane črke)

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. naloga:

Nek dolg je zapadel v plačilo 10. 11. 2003. Če bi s plačilom zamudili 35 dni, bi skupaj z zamudnimi obrestmi dolg znašal 205.720,00 SIT.

V računih je uporabljena metoda navadnega obrestnega računa in sistem (K, 365).

a) S kolikšnim zneskom bi dolg poravnali ob roku zapadlosti, če upoštevamo 15 % letno stopnjo zamudnih obresti? *(2 točki)*

b) Dejansko pa smo dolg poravnali pred zapadlostjo (predplačilo), in sicer z zneskom 201.000,00 SIT, pri čemer nam je upnik priznal 6,5 % letno stopnjo diskontnih obresti. Kdaj (datum) smo dejansko poravnali ta dolg? (Število dni zaokroži navzgor.) *(3 točke)*

c) Za koliko % je znesek predplačila manjši glede na dolg na dan zapadlosti? *(2 točki)*

2. naloga:

Glavnica 120.000,00 SIT se je obrestovala tri leta s $p = 6,4 \% p. a.$ pri polletni kapitalizaciji in še pet let s $p = 5,8 \% p. a.$ pri četrletni kapitalizaciji obresti.

a) Izračunaj končno glavnico ob zaključku drugega obrestnega obdobja, če je ves čas veljal konformni obračun.

(2 točki)

b) Varčevalec se je odločil, da bo del privarčevanega denarja iz točke a dvignil, ostanek v višini 100.000,00 SIT pa bo pustil na računu.

Koliko časa se mora glavnica 100.000,00 SIT še obrestovati, da bo pri 12 % letni dekurzivni obrestni meri, mesečni kapitalizaciji in relativnem obračunu dosegla končno vrednost v višini vsaj 140.000,00 SIT? (Izračunani čas izrazi v obliki: ... let in ... dni.)

(3 točke)

c) S kolikšno letno obrestno mero bi se morala obrestovati glavnica v višini 100.000,00 SIT, da bi se v treh letih pri mesečni kapitalizaciji in relativnem obračunu povečala za 25 %? (Izračunano obrestno mero zaokroži na dve decimalni mesti)

(2 točki)

3. naloga

Posojilo, ki je bilo izplačano v višini 15.000,00 EUR za posojilno dobo 5-ih let, se prvi dve leti obrestuje z obrestno mero 5 % p. a., tretje leto s 5,5 % p. a. obrestno mero in zadnji dve leti s 6 % p.a. obrestno mero.

Izvedi izračun končne vrednosti dolga ob izteku petega leta po treh različnih računskih metodah, in sicer:

a) z navadnim dekurzivnim obrestnim računom,

(2 točki)

b) z dekurzivnim obrestnoobrestnim računom pri upoštevanju letne kapitalizacije obresti,

(2 točki)

c) z anticipativnim obrestnoobrestnim računom, upošteva kvartalno kapitalizacijo obresti in relativni obračun.

(3 točke)

4. naloga:

Skrbna starša sta se ob rojstvu svojih dvojčkov – deklice in dečka – odločila, da bosta zanju periodično varčevala, in sicer vse do njunega izpolnjenega 19. leta oz. do uspešno opravljene mature. V ta namen sta starša, vsak posebej, v banki sklenila pogodbi o dolgoročnem periodičnem varčevanju.

Preostali podatki in naloge:

- a) Mamica je varčevala za deklico. Z banko je sklenila pogodbo, v kateri so bila predvidena letna postnumerando periodična vplačila po 400,00 EUR. Za celotno varčevalno obdobje je bila določena 4,5 % letna dekurzivna obrestna mera pri letni kapitalizaciji. Kolikšen je bil končni privarčevani znesek po izteku 19. leta t. j. v trenutku, ko je dospelo zadnje vplačilo?

(2 točki)

- b) Očka pa je varčeval za dečka. Z banko je sklenil pogodbo, v kateri je bilo predvideno 19-letno varčevanje s polletnimi prenumerando periodičnimi vplačili po 200,00 EUR. Dečku pa se je v srednji šoli malo zalomilo, tako da je maturiral eno leto kasneje od (pridne) sestrice, zato je moral tudi denar še eno leto odležati na bančnem računu. Za celotno varčevalno obdobje je bila prav tako določena 4,5 % letna dekurzivna obrestna mera, a pri kvartalni kapitalizaciji in relativnem obračunu. Kolikšen je bil v tem primeru končni privarčevani znesek ob koncu 20. leta, t. j. leto in pol po zadnjem vplačilu?

(3 točke)

- c) Za koliko EUR bi se zmanjšala končna vrednost periodičnih vplačil v nalogi 1, če mamica 12. vloge sploh ne bi vplačala, 14. vloga pa bi bila vplačana le v polovičnem znesku?

(2 točki)

NALOGE ZA ŠOLSKEM TEMOVANJU NA NIŽJEM NIVOJU REŠITVE IN TOČKOVNIK

1. Za pokritje prostorov s ploščicami so potrebovali 1.280 ploščic z dolžino 15 cm in širino 20 cm.
- a) Koliko ploščic bodo potrebovali za pokritje istih prostorov, če se dolžina in širina ploščic povečata za polovico, hkrati pa pričakujejo zaradi slabše kvalitete za 16% večjo porabo?

-PRAVILEN REZULTAT (R: 660) (1 točka)
 - PRAVILNO SESTAVLJENA SHEMA ALI SKLEP NA ENOTO ALI SORAZMERNJE (1 točka)

- b) Primerjaj število ploščic v prvem in drugem primeru in izrazi razliko

- Absolutno

-PRAVILEN REZULTAT (R: 620) (1 točka)

- Relativno

-PRAVILEN REZULTAT (R: 48,44%) (1 točka)

2. Nemški uvoznik je iz ZDA uvozil tekoče milo.

- a) Koliko EUR je plačal nemški uvoznik za liter mila, če stane v ZDA 1 galona mila 43 USD?

1 galona	3,7856 litra
1 USD	205,5321 SIT
1 EUR	235,8892 SIT

-PRAVILEN REZULTAT (R: 9,90) (1 točka)
 -PRAVILNO SESTAVLJENA VERIGA (1 točka)

X EUR	1 l
3,7856 l	1 gl
1 gl	43 USD
1 USD	205,5321 SIT
235,8892 SIT	3,7856 l

- b) Koliko EUR je uvoznik plačal za vsaka 2 dl tekočega mila, če v ZDA stane 1 galona takega mila 43 USD in je plačal 29% carine?

-PRAVILEN REZULTAT (R: 2,55) (1 točka)
 -PRAVILNO SESTAVLJENA VERIGA (1 točka)

X EUR	0,2 l
3,7856 l	1 gl
1 gl	43 USD
1 USD	205,5321 SIT
235,8892 SIT	1 EUR
100 EUR	129 EUR

3. Otrokom starim 12, 8 in 6 let razdelimo žepnino v višini 6.000 SIT po naslednjih ključih:

- četrtno žepnine tako, da vsak mlajši otrok dobi 200 SIT manj
- 1.800 SIT razdelimo v obratnem razmerju njihovi starosti
- ostanek denarja na enake dele

Koliko dobi vsak?

- PRAVILEN REZULTAT (R: 2000) **(1 točka)**
 -PRAVILNO IZRAČUNAN PRVI KRITERIJ (PRVA ALINEJA) **(1 točka)**
 -PRAVILNO IZRAČUNAN DRUGI KRITERIJ (DRUGA ALINEJA) **(1 točka)**
 -PRAVILNO IZRAČUNAN TRETJI KRITERIJ (TRETJA ALINEJA) **(1 točka)**

STAROST	$\frac{1}{4}$ ŽEPNINE	OBRATNO RAZMERJE	ENAKI DELI	REŠITEV
12	X (700)	1/12 (400)	900	700+400+900 = 2.000
8	X-200 (500)	1/8 (600)	900	500+600+900 = 2.000
6	X-400 (300)	1/6 (800)	900	300+800+900 = 2.000

4. Cena nekega blaga se je najprej povečala za 15%, nato se je znižala za 8% in je na koncu znašala 3.500 SIT.

a) Koliko SIT je znašala prvotna cena blaga?

- PRAVILEN REZULTAT (R: 3.308,13) **(1 točka)**
 - PRAVILNO IZRAČUNANA OSNOVA PRED ZNIŽANJEM ALI SESTAVLJENA ENAČBA (R: 3.804,35 ALI $X \cdot 1,15 \cdot 0,92 = 3.500$) **(1 točka)**

b) Koliko % je znašala skupna sprememba končne cene glede na prvotno ceno?

- PRAVILEN REZULTAT (R: 5,8%) **(1 točka)**

c) Koliko je znašala cena po podražitvi?

- PRAVILEN REZULTAT (R: 3.804,35) **(1 točka)**

Šolsko tekmovanje iz PMA – višji nivo

Rešitve in točkovnik

Opombi k točkovanju:

- ocenjevalci naj predlagano specifikacijo razdelitve točk znotraj posameznih nalog uporabijo smiselno glede na dijakov način reševanja naloge (če npr. dijak pravilno izračuna nalogo, ne da bi narisal časovno premico oz. nastavil neko osnovno obliko računa, se rešitev upošteva v celoti; seveda mora biti tak račun izveden povsem razvidno in korektno),
- če dijak na osnovi pravilnega računskega izraza izračuna napačen rezultat (napaka pri tipkanju v kalkulator), naj ocenjevalci od predlaganega števila točk odštejejo 0,5 točke.

1. naloga:

Nek dolg je zapadel v plačilo 10.11.2003. Če bi s plačilom zamudili 35 dni, bi skupaj z zamudnimi obrestmi dolg znašal 205.720,00 SIT.

V računih je uporabljena metoda navadnega obrestnega računa in sistem (K, 365).

- a) S kolikšnim zneskom bi dolg poravnali ob roku zapadlosti, če upoštevamo 15 % letno stopnjo zamudnih obresti? *(2 točki)*

$$G = 202.802,97 \text{ SIT}$$

1 t: prepoznavna podatkov in izbor ustrezne formule,

1 t: obrat formule in izračun;

- b) Dejansko pa smo dolg poravnali pred zapadlostjo (predplačilo), in sicer z zneskom 201.000,00 SIT, pri čemer nam je upnik priznal 6,5 % letno stopnjo diskontnih obresti.

Kdaj (datum) smo dejansko poravnali ta dolg? (Število dni zaokroži navzgor.) *(3 točke)*

$$o = 1.802,97 \text{ SIT}$$

$$d = 49,92 \text{ dni} \rightarrow d = 50 \text{ dni}$$

datum predplačila: 21.09.2003

1 t: izračun obresti,

1,5 t: nastavitev formule in izračun št. dni

0,5 t: izračun datuma;

- c) Za koliko % je znesek predplačila manjši glede na dolg na dan zapadlosti? *(2 točki)*

$$p = 0,89 \%$$

1 t: določitev procentnih računskih količin,

1 t: izračun;

2. naloga:

Glavnica 120.000,00 SIT se je obrestovala tri leta s $p = 6,4\%$ p.a. pri polletni kapitalizaciji in še pet let s $p = 5,8\%$ p.a. pri četrtletni kapitalizaciji obresti.

- a) Izračunaj končno glavnico ob zaključku drugega obrestnega obdobja, če je ves čas veljal konformni obračun.

(2 točki)

$$G_n = 191.617,19 \text{ SIT}$$

1 t: računska premica, obrestni faktorji,
1 t: zapis in izračun računskega izraza;

- b) Varčevalec se je odločil, da bo del privarčevanega denarja iz točke a dvignil, ostanek v višini 100.000,00 SIT pa bo pustil na računu.

Koliko časa se mora glavnica 100.000,00 SIT še obrestovati, da bo pri 12 % letni dekurzivni obrestni meri, mesečni kapitalizaciji in relativnem obračunu dosegla končno vrednost v višini vsaj 140.000,00 SIT? (Izračunani čas izrazi v obliki: ... let in ... dni.)

(3 točke)

$$n = 2,818 \text{ let} \rightarrow 2 \text{ leti } 299 \text{ dni}$$

1 t: izračun obr. fakt. in zapis osnovne računске relacije,
1,5 t: obrat računa na izračun časa in izračun;
0,5 t: preračun časa v obliko leta, dnevi;

- c) S kolikšno letno obrestno mero bi se morala obrestovati glavnica v višini 100.000,00 SIT, da bi se v treh letih pri mesečni kapitalizaciji in relativnem obračunu povečala za 25 %? (Izračunano obrestno mero zaokroži na dve decimalni mesti)

(2 točki)

$$p = 7,46\% \text{ p. a.}$$

1 t: določitev rač. količin in zapis osnovnega izraza,
1 t: obrat izraza in izračun obrestne mere;

3. naloga

Posojilo, ki je bilo izplačano v višini 15.000,00 EUR za posojilno dobo 5-ih let, se prvi dve leti obrestuje s 5 % p.a. obrestno mero, tretje leto s 5,5 % p.a. obrestno mero in zadnji dve leti s 6 % p.a. obrestno mero.

Izvedi izračun končne vrednosti dolga ob izteku petega leta po treh različnih računskih metodah, in sicer:

- a) Z navadnim dekurzivnim obrestnim računom.

(2 točki)

$$G^+ = 19.125,00 \text{ EUR}$$

0,5 t: prepoznavna podatkov in izbor ustrezne računске formule,
1,5 t: zapis računskega izraza in izračun;

- b) Z dekurzivnim obrestnoobrestnim računom pri upoštevanju letne kapitalizacije obresti.

(2 točki)

$$G_n = 19.603,52 \text{ EUR}$$

0,5 t: izračun obrestnih faktorjev,
1,5 t: zapis računskega izraza in izračun;

c) Z anticipativnim obrestnoobrestnim računom upošteva kvartalno kapitalizacijo obresti in relativni obračun.

(3 točke)

$$G_n = 19.785,93 \text{ EUR}$$

0,5 t: izračun obrestnih faktorjev,
1,5 t: zapis računskega izraza in izračun;

4. naloga:

Skrbna starša sta se ob rojstvu svojih dvojčkov – deklice in dečka odločila, da bosta zanju periodično varčevala, in sicer vse do njunega izpolnjenega 19-ega leta oz. do uspešno opravljene mature. V ta namen sta starša, vsak posebej, v banki sklenila pogodbi o dolgoročnem periodičnem varčevanju.

Ostali podatki in naloge:

a) Mamica je varčevala za deklico. Z banko je sklenila pogodbo, v kateri so bila predvidena letna postnumerando periodična vplačila po 400,00 EUR. Za celotno varčevalno obdobje je bila določena 4,5 % letna dekurzivna obrestna mera pri letni kapitalizaciji.

Kolikšen je bil končni privarčevani znesek po izteku 19-ega leta t. j. v trenutku, ko je dospelo zadnje vplačilo?

(2 točki)

$$S_n = 11.625,42 \text{ EUR}$$

1 t: prepoznavanje podatkov in zapis geom. vrste oz. ustrezne formule,
1 t: zapis formule z rač. količinami in izračun;

b) Očka pa je varčeval za dečka. Z banko je sklenil pogodbo, v kateri je bilo predvideno 19-letno varčevanje s polletnimi prenumerando periodičnimi vplačili po 200,00 EUR. Dečku pa se je v srednji šoli malo zalomilo, tako, da je maturiral eno leto kasneje od (pridne) sestrice, zato je moral tudi denar še eno leto odležati na bančnem računu. Za celotno varčevalno obdobje je bila prav tako določena 4,5 % letna dekurzivna obrestna mera, a pri kvartalni kapitalizaciji in relativnem obračunu.

Kolikšen je bil v tem primeru končni privarčevani znesek ob koncu 20-ega leta t. j. leto in pol po zadnjem vplačilu?

(3 točke)

$$S_n = 12.668,48 \text{ EUR}$$

1,5 t: prepoznavanje podatkov in zapis geom. vrste oz. ustrezne formule,
1,5 t: zapis formule z rač. količinami in izračun;

c) Za koliko EUR bi se zmanjšala končna vrednost periodičnih vplačil v nalogi 1, če mamica 12. vloge sploh nebi vplačala, 14. vloga pa bi bila vplačana le v polovičnem znesku?

(2 točki)

$$\Delta S_n = 793,58 \text{ EUR}$$

2 t: zapis računskega izraza in izračun;