

## Priprave na MMO 2024 – 10. domača naloga

1. Naj bo  $\mathcal{K}$  včrtana krožnica trikotnika  $ABC$  s središčem  $I$  in naj bo  $D$  dotikališče  $\mathcal{K}$  s stranico  $BC$ . Če je točka  $E$  takšna, da je  $DE$  premer krožnice  $\mathcal{K}$ , in premica  $AE$  seka stranico  $BC$  v točki  $F$ , dokaži, da je  $|BD| = |FC|$ .
2. Naj bosta  $X$  in  $Y$  diametralno nasprotni točki na krožnici  $\mathcal{K}$ . Naj bosta  $A$  in  $B$  točki na tangenti na  $\mathcal{K}$  v točki  $Y$ . Premici  $AX$  in  $BX$  drugič sekata krožnico  $\mathcal{K}$  zaporedoma v točkah  $C$  in  $D$ , premici  $AD$  in  $BC$  pa drugič sekata krožnico  $\mathcal{K}$  zaporedoma v točkah  $E$  in  $F$ . Dokaži, da je trikotnik  $EFX$  enakokrak.
3. Naj bo  $O$  središče očrtane krožnice trikotnika  $ABC$  in naj bo  $P$  točka na krožnici očrtani trikotniku  $BOC$ . Tangenta  $t$  na krožnico očrtano trikotniku  $BOC$  v točki  $P$  seka premici  $AB$  in  $AC$  zaporedoma v točkah  $D$  in  $E$ , tako da nobena od teh točk ni enaka točki  $A$ . Naj bo  $A'$  zrcalna slika točke  $A$  glede na premico  $t$ . Dokaži, da sta si krožnici očrtani trikotnikoma  $ABC$  in  $A'DE$  tangentni.
4. Naj bo  $ABC$  ostrokotni trikotnik in  $M$  razpolovišče stranice  $BC$ . S  $P$  in  $Q$  zaporedoma označimo nožišči višin iz  $B$  in  $C$ . Denimo, da je krožnica očrtana trikotniku  $BMQ$  tangenta na premico  $AC$ . Dokaži, da je krožnica očrtana trikotniku  $CMP$  tangenta na premico  $AB$ .

---

Naloge rešujte samostojno. Pisne rešitve je potrebno poslati najkasneje do **26. 5. 2024** preko e-maila na naslov **priprave.mmo@gmail.com**. Rešitvam priložite tudi podpisano izjavo o samostojnem delu. Če boste pri reševanju nalog uporabili kakšno literaturo (v tiskani ali elektronski obliki), navedite reference. Standardne literature (knjige *Altius*, *Citius*, *Fortius* in e-revije *Brihtnež*) ni potrebno navajati.

---

### Izjava o samostojnem delu

Spodaj podpisani(-a) ..... (ime in priimek) izjavljam, da sem vse naloge reševal(-a) samostojno in brez pomoči drugih oseb.

..... (kraj in datum)

Podpis: