

Priprave na MMO 2026 – 3. domača naloga

1. Naj bo $ABCD$ tetivni štirikotnik in naj bosta I in J zaporedoma središči trikotnikoma ABC in DBC včrtanih krožnic. Dokaži, da je štirikotnik $IJBC$ tetiven.
2. Naj bo $AXYZB$ konveksni petkotnik včrtan v polkrožnico s premerom AB , O pa razpolovišče daljice AB . S P , Q , R in S označimo pravokotne projekcije točke Y na premice AX , BX , AZ in BZ zaporedoma. Dokaži, da je $\angle XOZ$ dvakrat večji od ostrega kota med premicama PQ in RS .
3. Naj bo H višinska točka trikotnika ABC . Naj bosta M in N sta razpolovišči stranic AB in AC zaporedoma. Denimo, da H leži v notranjosti štirikotnika $BMNC$ in da sta si očrtani krožnici trikotnikov BMH in CNH tangentni. Premica skozi H vzporedna z BC seka očrtani krožnici trikotnikov BMH in CNH v točkah K in L zaporedoma. Naj bo F presečišče premic MK in NL ter naj bo J središče včrtane krožnice trikotnika MHN . Dokaži, da $|FJ| = |FA|$.
4. Naj bo ABC ostrokotni trikotnik, kjer $|AC| > |BC|$, in ω njegova včrtana krožnica s središčem I . Krožnica ω se dotika stranic BC in AC v D in E zaporedoma. Naj bo M taka točka na ω , da velja $BM \parallel DE$ ter da M in B ležita na istem bregu premice CI . Naj bosta F in H drugi presečišči premic BM in CM z ω zaporedoma. Naj bo J taka točka na premici AC , da velja $JM \parallel EH$, in naj bo K drugo presečišče premice JF z ω . Dokaži, da je $ME \parallel KH$.

Naloge rešujte samostojno. Pisne rešitve je potrebno poslati najkasneje do **14. 12. 2025** preko e-maila na naslov **priprave.mmo@gmail.com**. Zadeva elektronskega sporočila naj vsebuje niz »3. domača naloga«, nalogo pa oddajte v eni pdf datoteki.

Rešitvam priložite tudi podpisano izjavo o samostojnem delu. Če boste pri reševanju nalog uporabili kakšno literaturo (v tiskani ali elektronski obliki), navedite reference.

Izjava o samostojnem delu

Spodaj podpisani/a

ime in priimek
samostojno in brez pomoči drugih oseb.

izjavljam, da sem vse naloge reševal/a

kraj in datum

Podpis: