

Priprave na MMO 2026 – 4. domača naloga

1. Določi vse funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, za katere je

$$f(y^2 f(x)) = xyf(y)$$

za vsa realna števila x in y .

2. Določi vse funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, za katere je

$$f(x^2 - y) + 4yf(x) = f(y - 3f(x))$$

za vse $x, y \in \mathbb{R}$.

3. Določi vse strogo naraščajoče funkcije $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, za katere

$$f(m) \cdot f(n) \text{ deli } (1 + 2m)f(n) + (1 + 2n)f(m)$$

za vsa naravna števila m in n .

Opomba: Funkcija $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ je strogo naraščajoča, če za vsa naravna števila n velja $f(n+1) > f(n)$.

4. Določi vse funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, za katere je

$$f(x + yf(x)) + f(xy) = f(x) + f(2025y)$$

za vsa realna števila x in y .

Naloge rešujte samostojno. Pisne rešitve je potrebno poslati najkasneje do **28. 12. 2025** preko e-maila na naslov **priprave.mmo@gmail.com**. Zadeva elektronskega sporočila naj vsebuje niz »4. domača naloga«, nalogo pa oddajte v eni pdf datoteki.

Rešitvam priložite tudi podpisano izjavo o samostojnem delu. Če boste pri reševanju nalog uporabili kakšno literaturo (v tiskani ali elektronski obliki), navedite reference.

Izjava o samostojnem delu

Spodaj podpisani/a

ime in priimek
samostojno in brez pomoči drugih oseb.

izjavljam, da sem vse naloge reševal/a

kraj in datum

Podpis: