Virialni teorem

Aleš Mohorič

Presekov seminar 2026/27, 2. srečanje

povzemimo

- gravitacijska sila $F = \frac{GMm}{r^2}$
- ima vlogo centripetalne sile $F = ma_r = m\frac{v^2}{r}$
- kinetična energija planeta je $W_k = \frac{1}{2}mv^2$
- gravitacijska energija $W_g = -\frac{GMm}{r}$

virialni izrek

$$W_g = -\frac{GMm}{r} = -2W_k$$

Virialni izrek v mehaniki predpisuje splošno enačbo, ki povezuje časovno povprečje skupne kinetične energije stabilnega sistema z N delci, omejenimi s potencialnimi silami

$$\langle T \rangle = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N} \langle \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{r}_k \rangle$$

$$V(r) = \alpha r^n$$

$$2\langle T \rangle = n \langle V_{\mathrm{TOT}} \rangle$$

https://en.wikipedia.org/wiki/Virial_theorem

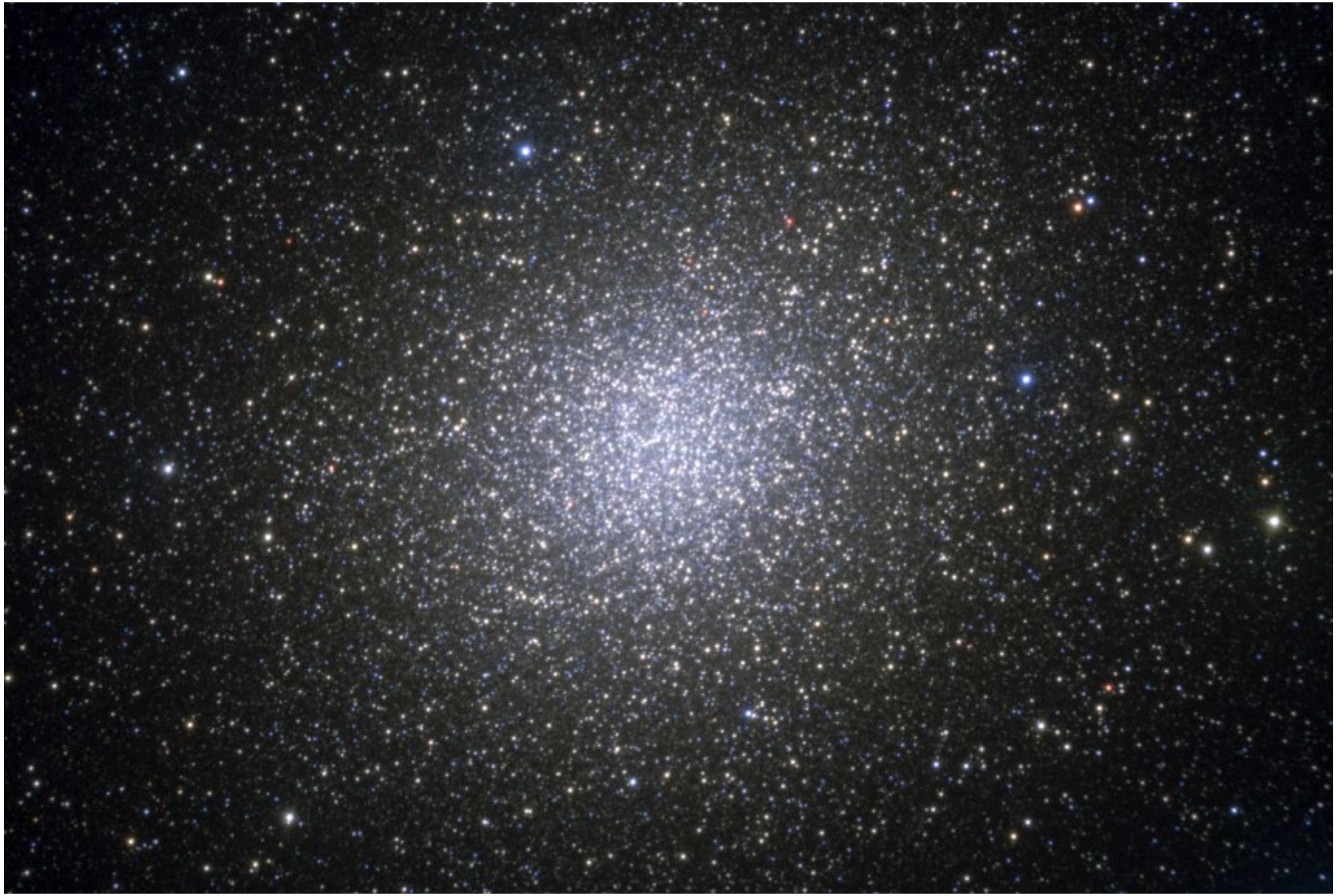
Opazovanje kroglaste kopice Omega Kentavra

↓↓↓
Vid Kavčič

→ Prvega aprila letos je z izstrelišča »Kennedy Space Center« na Floridi, ZDA, krenila misija Artemis II, katere GoChile je projekt Fakultete za naravoslovje Univerze v Novi Gorici. Januarja letos je v okviru projekta potekala 1. zimska šola GoChile, namenjena zlasti osnovšolskim in srednješolskim učiteljem fizike, ki želijo redni pouk in obšolske dejavnosti obogatiti s praktičnimi astronomskimi izkušnjami in konkretnimi opazovalnimi projekti.

tnemu raziskovanju vesolja. Večja optična cev GoT1, Ritchey-Chrétien s premerom 40 cm in f/6,5, je namenjena podrobnemu raziskovanju galaksij, meglic, zvezdnih kopic, planetarnih meglic in zvezd. Na GoT1 je nameščena kamera »ASI 6200 MM Pro«. Velikost čipa te kamere je 36 mm × 24 mm, velikost slikovnega elementa pa $x_0 = 3{,}76$ µm.

Za natančno sledenje opazovanemu telesu uporabljamo vodenje (angl. *guiding*), ki na podlagi položaja izbrane zvezde v vidnem polju iskala neprestano popravlja os montaže, tako da je izbrano nebesno telo v času fotografiranja vedno v sredini vi-



kroglasta kopica južnega neba Omega Kentavra

raziskovalna naloga

- projekt GoChile
- ločljivost teleskopa
- oddaljenost kopice – absolutni sij spremenljivke (5 kpc)
- premer kopice – Plummerjev profil (6 pc)
- masa kopice (~ M$m_{\odot}$)

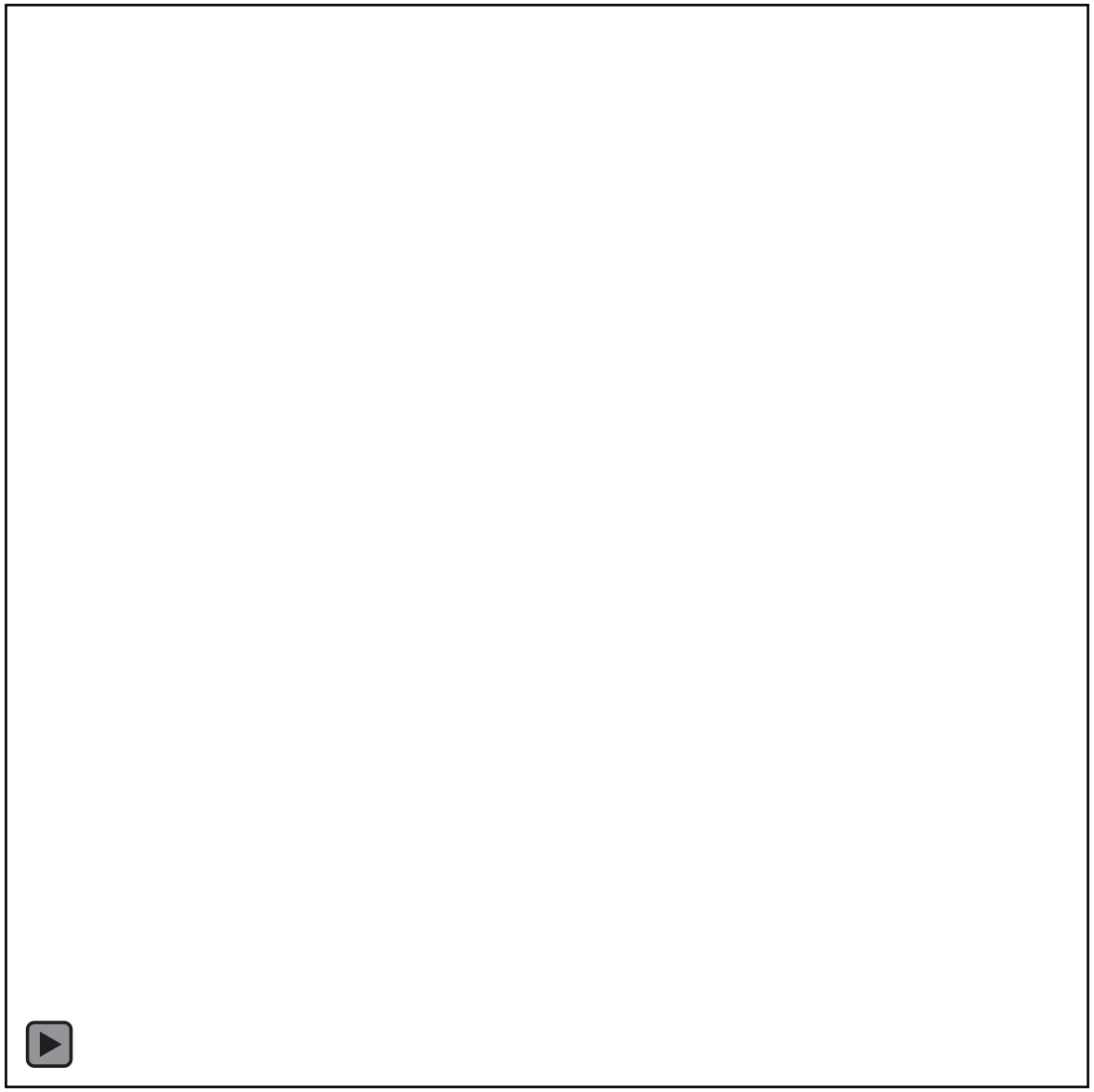
1 pc ~ 3,26 svetlobnega leta (30 bilijonov kilometrov ($3{,}086 \times 10^{13}$ km)
Razdalja, iz katere se eno astronomsko ennoto vidi pod zornim kotom ene kotne sekunde

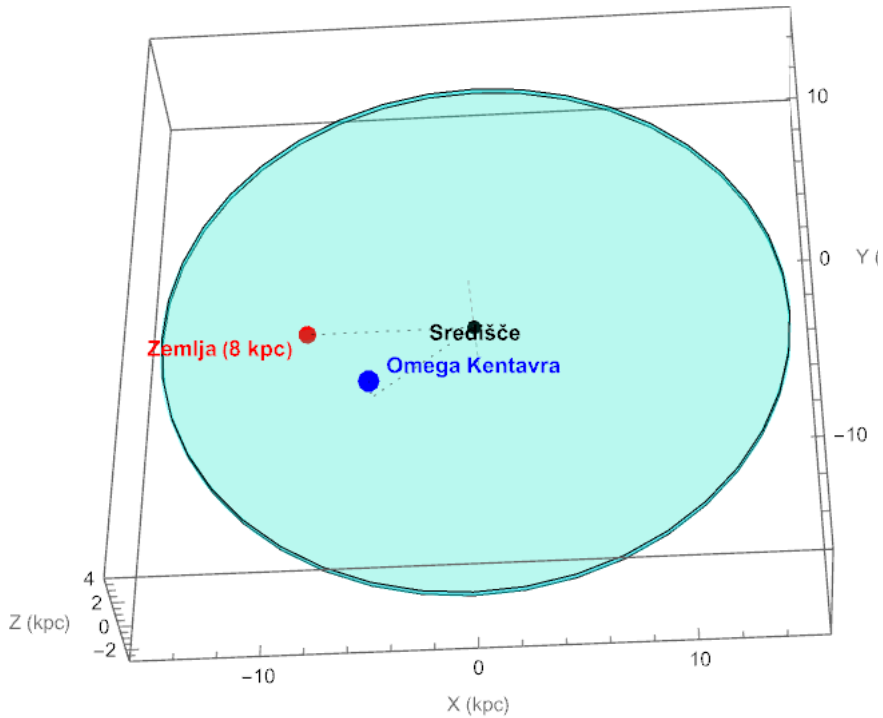
Osebna izkaznica Omega Kentavra (NGC 5139)

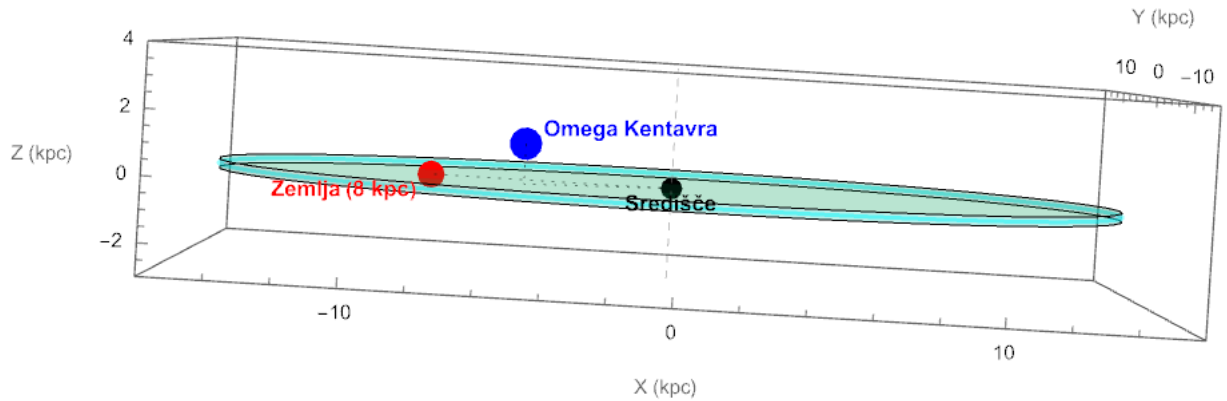
- Največja, najsvetlejša in najmasivnejša kroglasta kopica v naši Galaksiji (vsebuje preko 10 milijonov zvezd).
- Skupna masa znaša 4×10^6 Sončevih mas. V središču je gostota zvezd tako velika, da so med seboj oddaljene le nekaj svetlobnih tednov
- Klasične kroglaste kopice imajo zvezde iste generacije. Omega Kentavra ima več generacij zvezd z različno kovinskostjo.
- Domnevamo, da gre za ostanek jedra starodavne pritlikave galaksije, ki jo je Rimska cesta gravitacijsko raztrgala in posrkala.

Vizualizacija v 3D: Kje natančno se nahaja?

- **Izhodišče in referenčni okvir:** Predstavljajmo si Galaksijo kot nizek valj (radij r = 15 kpc, višina h = 0,3 kpc). Os rotacije Galaksije postavimo v izhodišče (0,0,0).
- **Lega opazovalca (Zemlja):** Leži v disku, oddaljena 8 kpc od osi: $\vec{r}_Z = (-8,0,0)\mathrm{kpc}$.
- **Podatki z opazovanj (Sferične koordinate):** Kopica je od Zemlje oddaljena d = 5 kpc pod galaktičnim kotom dolžine l = 309,1° in širine b = +15°.
- **Rezultat tridimenzionalne trigonometrije:**
  - **Razdalja od osi Galaksije:** 6,2 kpc (horizontalni polmer).
  - **Navpična višina *z*:** 1,3 kpc.

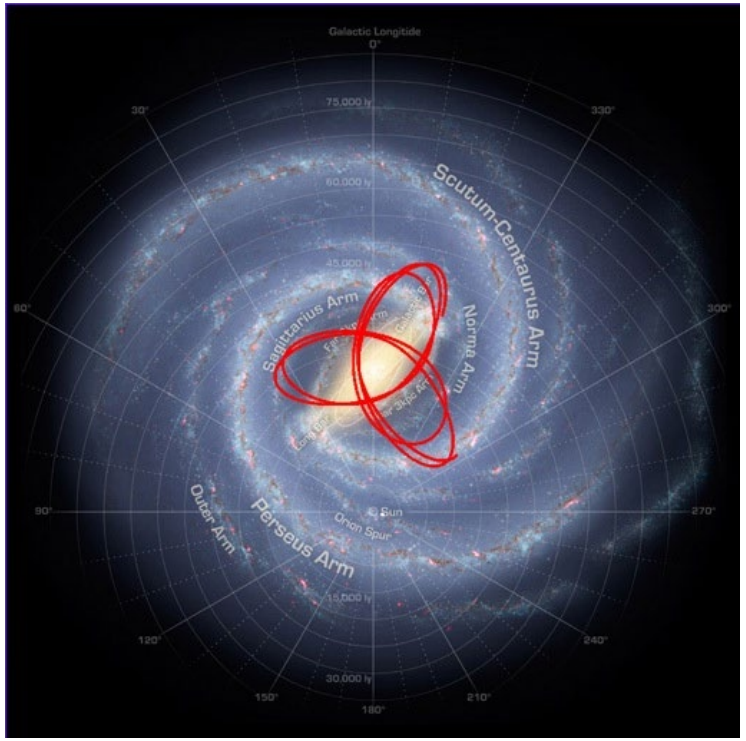



Zemlja (8 kpc)
Središče
Omega Kentavra
10
0
−10
Y (
4
2
0
−2
Z (kpc)
−10
0
10
X (kpc)


Y (kpc)
10
0
−10
4
2
0
−2
Z (kpc)
Omega Kentavra
Zemlja (8 kpc)
Središče
−10
0
10
X (kpc)

Dinamika in gravitacijski učinki

- **Črna luknja:** Meritve hitrosti zvezd v samem središču kopice nakazujejo prisotnost **srednje velike črne luknje** z maso okoli 82.000 Sončevih mas.
- **Orbita v haloju:** Kopica se nahaja 1,3 kpc nad diskom, ne kroži v isti ravnini kot Zemlja. Skozi galaktični disk potuje v eliptični in nagnjeni orbiti ter ga "prebada" vsakih nekaj sto milijonov let.
- **Učinki plimske sile:** Ob vsakem prehodu skozi gost galaktični disk Galaksija z gravitacijo "trga" zunanje zvezde kopice.



https://www.astro.yale.edu/dana/research.html

Kako stehtamo kopico z merjenjem hitrosti?

- Dopplerjev pojav -> **radialna hitrost** zvezd v_r (hitrost v smeri našega pogleda). Iz vzorca tisočev zvezd izračunajo **disperzijo hitrosti** $\sigma_{v_r}^2$, ki predstavlja naključno gibanje zvezd v kopici.
- **Virialni teorem:** stabilen, gravitacijsko vezan sistem v ravnovesju -> $\langle W_k \rangle = -\frac{1}{2}\langle W_g \rangle$
- Sferično simetrična in izotropna kopica -> celotna disperzija hitrosti je $3\sigma_{v_r}^2$
- Celotna kinetična energija $W_k = \frac{3}{2} m\sigma_{v_r}^2$
- Iz virialnega izreka sledi $2 \cdot \frac{3}{2} m\sigma_{v_r}^2 = \frac{3\pi}{32}\frac{Gm^2}{R}$