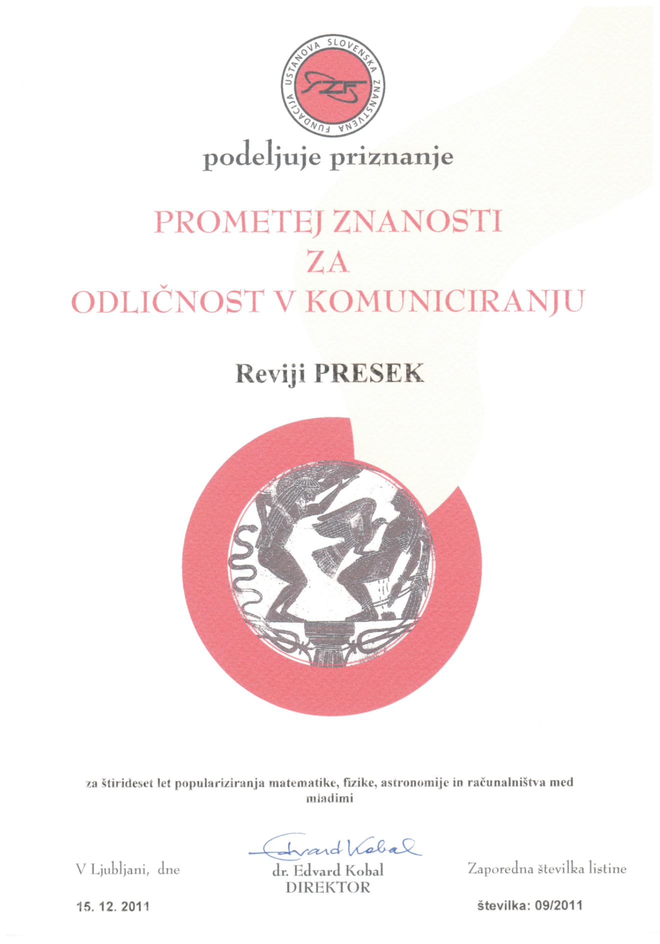
IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

ISSN 0473-7466

2011
Letnik 58
6

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



USTANOVA SLOVENSKA ZNANSTVENA FUNDACIJA

podeljuje priznanje

PROMETEJ ZNANOSTI
ZA
ODLIČNOST V KOMUNICIRANJU

Reviji PRESEK

za štirideset let populariziranja matematike, fizike, astronomije in računalništva med mladimi

V Ljubljani, dne	dr. Edvard Kobal DIREKTOR	Zaporedna številka listine
15. 12. 2011		številka: 09/2011

OBZORNIK MAT. FIZ. • LJUBLJANA • LETNIK 58 • ŠT. 6 • STR. 209–248 • NOVEMBER 2011

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije
Ljubljana, NOVEMBER 2011, letnik 58, številka 6, strani 209–248

Naslov uredništva: DMFA–založništvo, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana **Telefon:** (01) 4766 553, 4232 460 **Telefaks:** (01) 4232 460, 2517 281 **Elektronska pošta:** zaloznistvo@dmfa.si **Internet:** http://www.obzornik.si/ **Transakcijski račun:** 03100–1000018787 **Mednarodna nakazila:** SKB banka d.d., Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana **SWIFT (BIC):** SKBASI2X **IBAN:** SI56 0310 0100 0018 787

Jezikovno pregledal Janez Juvan.
Računalniško stavila in oblikovala Tadeja Šekoranja.
Natisnila tiskarna COLLEGIUM GRAPHICUM v nakladi 1250 izvodov.

Člani društva prejemajo Obzornik brezplačno. Celoletna članarina znaša 21 EUR, za druge družinske člane in študente pa 10,50 EUR. Naročnina za ustanove je 35 EUR, za tujino 40 EUR. Posamezna številka za člane stane 3,19 EUR, stare številke 1,99 EUR.

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

Revija izhaja praviloma vsak drugi mesec. Sofinancirata jo Javna agencija za knjigo Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport.

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM OBZORNIKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Revija Obzornik za matematiko in fiziko objavlja izvirne znanstvene in strokovne članke iz matematike, fizike in astronomije, včasih tudi kak prevod. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij, poročila o dejavnosti Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije ter vesti o drugih pomembnih dogodkih v okviru omenjenih znanstvenih ved. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, diplomantov iz omenjenih strok.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev), sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo), izvleček v slovenskem jeziku, naslov in izvleček v angleškem jeziku, klasifikacijo (MSC oziroma PACS) in citirano literaturo. Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo tudi ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Prispevki so lahko oddani v računalniški datoteki PDF ali pa natisnjeni enostransko na belem papirju formata A4. Zaželena velikost črk je 12 pt, razmik med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku ali uredniku za matematiko oziroma fiziko na zgoraj napisani naslov uredništva. Vsak članek se praviloma pošlje dvema anonimnima recenzentoma, ki morata predvsem natančno oceniti, kako je obravnavana tema predstavljena, manj pomembna pa je originalnost (in pri matematičnih člankih splošnost) rezultatov. Če je prispevek sprejet v objavo, potem urednik prosi avtorja še za izvorne računalniške datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TEX oziroma LATEX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

STIRLINGOVA ŠTEVILA DRUGE VRSTE V INTEGRALSKI OBLIKI

MARKO RAZPET

Pedagoška fakulteta
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 11B73, 30E20

V prispevku pokažemo, kako lahko Stirlingova števila druge vrste vpeljemo s kompleksnim integralom. Izpeljemo tudi njihove osnovne lastnosti.

STIRLING NUMBERS OF THE SECOND KIND IN INTEGRAL FORM

It is shown how we can introduce the Stirling numbers of the second kind by an integral in the complex domain. Their basic properties are also derived.

Uvod

Namen članka je pokazati preprost primer, v katerem se srečata kombinatorika in kompleksna analiza. Dani množici A priredimo družino vseh njenih podmnožic, ki ji pravimo *potenčna množica* množice A in jo označimo s $\mathcal{P}(A)$. Če ima A končno mnogo elementov, denimo n, potem ima $\mathcal{P}(A)$ še več elementov kot A, in sicer 2^n. To navadno dokažemo s štetjem podmnožic, ki imajo po m elementov, pri čemer je $m = 0, 1, 2, \ldots, n$, in z binomsko formulo, lahko pa se dokaza lotimo tudi z metodo matematične indukcije. Za $n = 0$ je $A = \emptyset$ in $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$, potenčna množica ima $2^0 = 1$ element. Trditev za $n = 0$ res velja. Privzemimo, da je n število elementov množice A in da je število elementov v $\mathcal{P}(A)$ enako 2^n. Denimo, da ima množica B en element več kot A, torej $n + 1$. Brez škode za splošnost lahko vzamemo $B = A \cup \{x\}$, kjer $x \notin A$. Vse podmnožice množice B lahko razdelimo na dve tuji si skupini: na tiste, ki x vsebujejo, in tiste, ki x ne vsebujejo. V prvi so vse podmnožice X množice A, v drugi pa vse $X \cup \{x\}$, kjer je X iz prve skupine. Enih in drugih je ravno 2^n. Zato ima $\mathcal{P}(B)$ natančno $2^n + 2^n = 2^{n+1}$ elementov. S tem smo zapisano trditev dokazali.

Eden od osnovnih pojmov pri množicah je *binarna relacija* v dani množici A (več o tem najdemo na primer v [5]). Pravimo, da je R binarna relacija v A, če je $R \in \mathcal{P}(A \times A)$. Binarna relacija R v A je podmnožica produkta $A \times A$. Če sta $a, b \in A$ v relaciji R, zapišemo kot aRb, kar ni nič drugega kot krajši zapis za $(a, b) \in R$.

Binarne relacije v A, ki ima n elementov, lahko preštejemo. Produkt $A \times A$ ima tedaj n^2 elementov, $\mathcal{P}(A \times A)$ pa 2^{n^2}. Nekatere vrste binarnih relacij so posebno pomembne. Od teh omenimo le *ekvivalenčne relacije*. Relacija R v množici A je ekvivalenčna, če je R hkrati refleksivna, simetrična ter tranzitivna. Taka relacija množico A razbije na paroma tuje neprazne podmnožice, ekvivalenčne razrede množice A po tej relaciji. Po drugi strani pa vsako razbitje množice A na paroma tuje neprazne podmnožice definira ekvivalenčno relacijo v A. Torej, če vemo, na koliko načinov lahko množico razbijemo na paroma tuje neprazne podmnožice, ki jim popolnoma smiselno pravimo kar *razredi*, potem vemo, koliko ekvivalenčnih relacij je v tej množici. Oglejmo si sedaj to za končno množico.

Stirlingova števila

Naj bo množica A neprazna, ima naj $n > 0$ elementov, število $S(n,m)$ pa naj pove, na koliko načinov lahko A razbijemo na m razredov. Število $S(n,m)$ torej pove, koliko ekvivalenčnih relacij v A je takih, ki imajo m ustreznih ekvivalenčnih razredov. Števila $S(n,m)$ imenujemo *Stirlingova*[1] *števila druge vrste*. Mimogrede pripomnimo, da se zanje v ustrezni matematični literaturi uporablja tudi drugačne oznake.

Takoj najdemo posebne primere. Za $n > 0$ in $m = 0$ ni nobenega prej opisanega razbitja množice A, prav tako ne, če je $m > n$. To pomeni: $S(n,0) = 0$ za $n > 0$ in $S(n,m) = 0$ za $m > n > 0$. Razbitje je za $n > 0$ eno samo, če je $m = 1$ ali $m = n$, torej $S(n,1) = S(n,n) = 1$. Premislimo, da je tudi $S(0,0) = 1$. Prazno množico lahko namreč na en sam način razbijemo na nič razredov, ker je unija prazne družine razredov prazna množica. S tem bo račun potekal nemoteno,

Podobno kot lahko binomske koeficiente v Pascalovem trikotniku izračunamo postopno, lahko tako sestavimo tudi trikotnik števil $S(n,m)$. V ta namen pride prav njihova rekurzijska zveza. Do te pa pridemo tako, da vzamemo množico A, ki ima n elementov, ter množico $B = A \cup \{x\}$, kjer $x \notin A$. Množica B ima $n+1$ element in jo razbijemo na m razredov. To se da narediti na $S(n+1,m)$ načinov. V razbitjih množice B na m razredov so razbitja, ki razred $\{x\}$ vsebujejo, in taka, ki $\{x\}$ ne vsebujejo. Obe skupini razbitij sta si tuji. Prvih je $S(n,m-1)$, saj tedaj preostalih $m-1$ razredov razbitja sestavlja razbitje množice A. Razbitij množice B, v katerih razred $\{x\}$ ne nastopa, je pa podmnožica natančno enega od m razredov tega razbitja, je $mS(n,m)$. Tako smo našli rekurzijsko zvezo

$$S(n+1,m) = mS(n,m) + S(n,m-1), \tag{1}$$

ki velja za vsak $m \geq 1$ in za vsak $n \geq 0$.

[1] James Stirling (1692–1770) je bil škotski matematik.

$n\backslash m$	0	1	2	3	4	5
0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0	0
3	0	1	3	1	0	0
4	0	1	7	6	1	0
5	0	1	15	25	10	1

Tabela 1. Stirlingova števila druge vrste.

Primer 1. Z metodo matematične indukcije pa lahko s pomočjo rekurzijske zveze hitro preverimo enakosti

$$S(n+1,n) = \frac{n(n+1)}{2}, \quad S(n+1,2) = 2^n - 1,$$

ki veljata za vsak $n \geq 0$. Opazimo, da je $S(n+1,n)$ ravno n-to trikotniško število.

Nekaj Stirlingovih števil druge vrste je zbranih v tabeli 1.

V zvezi s tem zlahka odgovorimo na vprašanje, koliko je surjektivnih preslikav ali funkcij iz množice A, ki ima n elementov, na množico B, ki ima m elementov. Množico A razbijemo na m razredov, nato pa vsak razred preslikamo na natanko en element množice B. To se da narediti na $m!S(n,m)$ načinov. Torej je surjektivnih preslikav iz A na B ravno $m!S(n,m)$. Čisto na koncu bomo izpeljali še en izraz za to število.

Število $B(n)$ vseh ekvivalenčnih relacij v množici A z n elementi ali število vseh razbitij množice A na razrede je n-to *Bellovo*[2] *število.* Očitno velja enakost

$$B(n) = \sum_{m=0}^{n} S(n,m).$$

Zaporedje Bellovih števil se prične tako:

$$B(0) = 1, B(1) = 1, B(2) = 2, B(3) = 5, B(4) = 15, B(5) = 52.$$

Iz rekurzijske zveze (1) brez težav z metodo matematične indukcije glede na število n dokažemo formulo

$$z^n = \sum_{k=0}^{n} S(n,k)(z)_k, \tag{2}$$

[2]Eric Temple Bell (1883–1960) je bil rojen na Škotskem, kot matematik in pisatelj pa je deloval v ZDA.

v kateri so z izrazom $(z)_k = z(z-1)\cdots(z-k+1)$ definirane *padajoče faktoriele*. V dokazu uporabimo enakost $k(z)_k + (z)_{k+1} = z(z)_k$. Pravimo, da so Stirlingova števila druge vrste *povezovalni koeficienti* med potencami in padajočimo faktorielami. Pri tem vzamemo $(z)_0 = z^0 = 1$.

Pripomnimo, da lahko *Stirlingova števila prve vrste*, ki jih označimo s $s(n,m)$, vpeljemo kot povezovalne koeficiente med padajočimi faktorielami in potencami:

$$(z)_n = \sum_{m=0}^{n} s(n,m) z^m.$$

Števila $|s(n,m)|$ pa imajo prav tako kombinatorični pomen. Povejo namreč, koliko je med $n!$ permutacijami števil $1, 2, \ldots, n$ takšnih, ki se izražajo kot produkt m ciklov. Več o Bellovih in Stirlingovih številih ter njihovih rodovnih funkcijah lahko preberemo na primer v [1, 3, 4].

Nekaj kompleksne analize in računanje z residui

V nadaljevanju bomo uporabili nekatere pojme in prijeme, ki so znani v kompleksni analizi, na primer izrek o residuih (ostankih). Spomnimo se, da je funkcija $f : \mathcal{D} \to \mathbb{C}$ *holomorfna (regularna, analitična)*, če je v kompleksnem smislu odvedljiva v vsaki točki $z \in \mathcal{D}$. Pri tem je $\mathcal{D}$ odprta množica v ravnini kompleksnih števil $\mathbb{C}$.

Funkcija f ima *pol* v točki $a \in \mathcal{D}$, če obstajata taka odprta okolica $\mathcal{U}_a \subseteq \mathcal{D}$ točke a in taka holomorfna funkcija $g : \mathcal{U}_a \to \mathbb{C}$, da velja enakost $f(z) = g(z)/(z-a)^n$ pri nekem pozitivnem celem številu n, in sicer za vsak $z \in \mathcal{U}_a \setminus \{a\}$. Najmanjše število n s to lastnostjo je *stopnja pola* a. Če je $n = 1$, govorimo o *enostavnem polu*. Pol je poseben primer *izolirane singularne točke* funkcije.

Za točko $a \in \mathcal{D}$ lahko zapišemo *Laurentovo*[3] *vrsto* funkcije f:

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k (z-a)^k = \sum_{k=-\infty}^{-1} c_k (z-a)^k + \sum_{k=0}^{\infty} c_k (z-a)^k.$$

Laurentova vrsta konvergira v neki odprti okolici točke a razen morda v sami točki a. Del vrste z negativnimi indeksi k imenujemo *glavni del*, del vrste s pozitivnimi indeksi k pa imenujemo *regularni del* funkcije f v točki a. Glede števila od nič različnih koeficientov c_k z negativnimi indeksi k v Laurentovi vrsti razločujemo tri možnosti:

[3] Pierre Alphonse Laurent (1813–1854) je bil francoski matematik.

1. Če je $c_k = 0$ za vsak $k < 0$, je a *odpravljiva singularna* točka funkcije f. Laurentova vrsta takrat preide v navadno potenčno vrsto.

2. Če je $c_k \neq 0$ za neskončno mnogo indeksov $k < 0$, potem je a *bistvena singularna* točka funkcije f.

3. Če je $c_k \neq 0$ za končno mnogo negativnih indeksov k in je $-n$ najmanjši tak indeks, potem ima funkcija f v a pol stopnje n. Tedaj ima glavni del funkcije f v točki a obliko:

$$\frac{c_{-n}}{(z-a)^n} + \frac{c_{-n+1}}{(z-a)^{n-1}} + \ldots + \frac{c_{-2}}{(z-a)^2} + \frac{c_{-1}}{z-a}.$$

V vseh primerih imenujemo koeficient c_{-1} *residuum*[4] funkcije f v točki a in označimo: $c_{-1} = \operatorname{Res}(f, a)$. Če integriramo z $2\pi i$ deljene člene Laurentove vrste $c_n(z-a)^n$ v pozitivni smeri po krožnici s poljubnim polmerom in s središčem v a, dobimo za rezultat 0 za vsak n razen za $n = -1$, ko dobimo (nam *ostane*) c_{-1}.

Kadar pa ima funkcija f enostaven pol v točki a, kar bomo uporabljali v nadaljevanju, izračunamo residuum po formuli:

$$\operatorname{Res}(f, a) = \lim_{z \to a} f(z)(z-a).$$

Primer 2. Naj bo

$$z \mapsto f(z) = \frac{2z}{z^2+1} = \frac{2z}{(z+i)(z-i)}.$$

Funkcija f ima enostavna pola v točkah $z_1 = -i$ in $z_2 = i$ in

$$\operatorname{Res}(f, -i) = \lim_{z \to -i} \frac{2z(z+i)}{(z+i)(z-i)} = \frac{-2i}{-2i} = 1,$$

$$\operatorname{Res}(f, i) = \lim_{z \to i} \frac{2z(z-i)}{(z+i)(z-i)} = \frac{2i}{2i} = 1.$$

V zvezi z residui navedimo brez dokaza *izrek o residuih*. Z njim izračunamo brez večjih težav marsikateri realni integral.

Izrek 1. *Naj bo množica $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{C}$ odprta in enostavno povezana, funkcija f pa naj bo holomorfna na $\mathcal{D}$ razen v končno mnogo točkah $z_1, z_2, \ldots, z_n$, ki so zanjo izolirane singularne točke. Če je $\mathcal{C}$ v $\mathcal{D}$ pozitivno orientirana*

[4] residuum (latinsko): ostanek

enostavno sklenjena izmerljiva krivulja, ki objame točke $z_1, z_2, \ldots, z_n$ *in ne poteka skozi nobeno od njih, potem velja enakost*

$$\oint_{\mathcal{C}} f(z)\, dz = 2\pi i \sum_{k=1}^{n} \operatorname{Res}(f, z_k).$$

Množica $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{C}$ je, poenostavljeno povedano, enostavno povezana, če lahko v njej vsako krožnico zvezno (ne da bi jo pretrgali) stisnemo v točko. Krivulja je izmerljiva, če ima končno dolžino.

Zapišimo še poseben primer:

$$\oint_{\mathcal{C}} \frac{dz}{z-a} = 2\pi i. \tag{3}$$

Pri tem je $\mathcal{C}$ pozitivno orientirana enostavno sklenjena izmerljiva krivulja, ki objame točko a in ne poteka skoznjo. Pripomnimo še, da je $\oint_{\mathcal{C}} f(z)\, dz = 0$ za vsako enostavno sklenjeno izmerljivo krivuljo $\mathcal{C}$ v odprti in enostavno povezani množici $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{C}$, na kateri je funkcija f holomorfna (Cauchyjev integralski izrek).

Za kompleksno analizo obstaja zelo obširna in bogata matematična literatura, na primer [6].

Lema 2. *Naj bo*

$$z \mapsto f(z) = \frac{z^n}{(z-z_1)(z-z_2)\cdots(z-z_m)}$$

okrajšana racionalna funkcija, n nenegativno celo število in $z_1, z_2, \ldots, z_m$ *ne nujno različna kompleksna števila, pri čemer je* $m - n > 1$. *Potem veljata enakosti*

$$\sum_{k=1}^{m} \operatorname{Res}(f, z_k) = 0, \qquad \oint_{\mathcal{C}} f(z)\, dz = 0,$$

kjer je $\mathcal{C}$ *poljubna enostavno sklenjena izmerljiva krivulja, ki objame točke* $z_1, z_2, \ldots, z_m$ *in ne poteka skozi nobeno od njih.*

Dokaz. Integrirajmo funkcijo f po krožnici $|z| = R$ oziroma $z = Re^{i\varphi}$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, pri čemer vzamemo poljuben $R > \max\{|z_1|, |z_2|, \ldots, |z_m|\}$. Naj bo $r_k = \operatorname{Res}(f, z_k)$, $k = 1, 2, \ldots, m$. Po izreku o residuih imamo enakost

$$r_1 + r_2 + \ldots + r_m = \frac{1}{2\pi i} \oint_{|z|=R} \frac{z^n\, dz}{(z-z_1)(z-z_2)\cdots(z-z_m)}$$

in oceno

$$|r_1 + r_2 + \ldots + r_m| =$$

$$= \left| \frac{1}{2\pi i} \int_0^{2\pi} \frac{R^n e^{ni\varphi} \cdot Re^{i\varphi} i \, d\varphi}{(Re^{i\varphi} - z_1)(Re^{i\varphi} - z_2) \cdots (Re^{i\varphi} - z_m)} \right| \leq$$
$$\leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{R^{n+1} \, d\varphi}{(R - |z_1|)(R - |z_2|) \cdots (R - |z_m|)} \leq$$
$$\leq \frac{R^{n+1}}{(R - |z_1|)(R - |z_2|) \cdots (R - |z_m|)}.$$

Naredimo limitni prehod $R \to \infty$, upoštevamo pogoj $m > n + 1$ in dobimo

$$r_1 + r_2 + \ldots + r_m = 0.$$

To tudi pomeni, da je

$$\oint_{\mathcal{C}} \frac{z^n \, dz}{(z - z_1)(z - z_2) \cdots (z - z_m)} = 2\pi i (r_1 + r_2 + \ldots + r_m) = 0$$

za vsako enostavno sklenjeno izmerljivo krivuljo $\mathcal{C}$, ki objame $z_1, z_2, \ldots, z_m$ in ne poteka skozi nobeno od njih. ∎

Primer 3. Vzemimo racionalno funkcijo iz primera 2. Zanjo velja $\operatorname{Res}(f, i) + \operatorname{Res}(f, -i) = 2 \neq 0$. Našli smo racionalno funkcijo, za katero vsota residuov ni enaka 0.

Primer 4. Kombinatoriko lahko včasih uporabimo tudi v kompleksni analizi. Vprašajmo se na primer, največ koliko različnih vrednosti ima lahko integral

$$\oint_{\mathcal{C}} \frac{dz}{(z - z_1)(z - z_2) \cdots (z - z_n)},$$

kjer so $z_1, z_2, \ldots, z_n$ med seboj različne točke v ravnini kompleksnih števil, $\mathcal{C}$ pa je v tej ravnini pozitivno orientirana enostavno sklenjena izmerljiva krivulja, ki ne poteka skozi nobeno od naštetih točk. Število vrednosti integrala je odvisno od točk $z_1, z_2, \ldots, z_n$ in od tega, katere od njih krivulja $\mathcal{C}$ objame.

Če je $n = 1$, ima podintegralska funkcija enostaven pol v točki z_1 in sta 2 možnosti: ali $\mathcal{C}$ objame z_1 in integral je enak $2\pi i$ ali pa te točke ne objame in je integral enak 0.

Kadar je $n > 1$, pa lahko $\mathcal{C}$ objame vsako podmnožico množice polov podintegralske funkcije, to je množice $\{z_1, z_2, \ldots, z_n\}$. Takih podmnožic pa je 2^n, vključno s prazno množico. V slednjem primeru je integral enak 0. Toda integral je 0 po lemi 2, tudi ko $\mathcal{C}$ objame točke $z_1, z_2, \ldots, z_n$. Zato ima dani integral pri $n > 1$ lahko kvečjemu $2^n - 1$ vrednosti. To število je včasih doseženo, včasih ne, odvisno od medsebojne lege točk $z_1, z_2, \ldots, z_n$ v ravnini kompleksnih števil. Oglejmo si to na preprostih primerih.

Pri $n = 2$ ima lahko integral

$$\oint_{\mathcal{C}} \frac{dz}{(z-z_1)(z-z_2)}$$

$2^2 - 1 = 3$ vrednosti. Če $\mathcal{C}$ objame z_1, ima vrednost $2\pi i/(z_1 - z_2)$, če objame z_2, vrednost $2\pi i/(z_2 - z_1)$. Če pa $\mathcal{C}$ hkrati objame z_1 in z_2 ali pa če tega sploh ne naredi, ima integral vrednost 0.

Pri $n = 3$ se začne zapletati. Residui v polih podintegralske funkcije integrala

$$I_{\mathcal{C}} = \oint_{\mathcal{C}} \frac{dz}{(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)}$$

so števila $1/(z_1 - z_2)(z_1 - z_3), 1/(z_2 - z_1)(z_2 - z_3)$ in $1/(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)$, vsota katerihkoli dveh od teh pa je enaka njihovim nasprotnim vrednostim $-1/(z_1 - z_2)(z_1 - z_3), -1/(z_2 - z_1)(z_2 - z_3)$ in $-1/(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)$, ker je vsota vseh treh residuov enaka 0. Integral ima največ $2^3 - 1 = 7$ različnih vrednosti. Preprost račun nam pokaže, da se to zgodi natanko tedaj, ko hkrati velja $z_1 + z_2 \neq 2z_3, z_1 + z_3 \neq 2z_2, z_2 + z_3 \neq 2z_1$. Noben od polov podintegralske funkcije ne sme biti na sredini med preostalima dvema.

Za $n \geq 4$ so razmere prezapletene in presegajo namen tega članka. Zadovoljimo se kar s posebnim primerom. Pokažimo, da za $z_1 = -1, z_2 = 0, z_3 = 1$ in $z_4 = 2$ integral ne zavzame vseh $2^4 - 1 = 15$ vrednosti. Residui v polih podintegralske funkcije integrala

$$J_{\mathcal{C}} = \oint_{\mathcal{C}} \frac{dz}{(z+1)z(z-1)(z-2)}$$

so $\pm 1/6$ in $\pm 1/2$, njihove vsote po vseh kombinacijah pa $0, \pm 1/2, \pm 1/3, \pm 2/3$ in $\pm 1/6$. Našteta števila, pomnožena z $2\pi i$, dajo samo 9 različnih vrednosti integrala $J_{\mathcal{C}}$, ne pa 15.

Stirlingova števila druge vrste v integralski obliki

Da bi Stirlingovo število druge vrste $S(n, m)$ izrazili s kompleksnim integralom, vzemimo poljubno nenegativno celo število m in obe strani relacije (2) delimo s produktom $z(z-1)(z-2)\ldots(z-m)$. Dobimo izraz

$$\frac{z^n}{z(z-1)(z-2)\ldots(z-m)} = \sum_{k=0}^{n} S(n,k)\varphi(z,k,m), \tag{4}$$

pri čemer smo označili

$$\varphi(z,k,m) = \frac{z(z-1)(z-2)\dots(z-k+1)}{z(z-1)(z-2)\dots(z-m)}$$

za $k \geq 1$ in

$$\varphi(z,0,m) = \frac{1}{z(z-1)(z-2)\dots(z-m)}.$$

Naj bo $\mathcal{C}$ poljubna enostavno sklenjena izmerljiva krivulja, ki objame točke $0,1,2,\dots,m$ v ravnini kompleksnih števil (z) in ne poteka skozi nobeno od njih. Potem velja relacija

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_{\mathcal{C}} \varphi(z,0,0)\,dz = \frac{1}{2\pi i}\oint_{\mathcal{C}} \frac{dz}{z} = 1$$

in po lemi 2

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_{\mathcal{C}} \varphi(z,0,m)\,dz = 0$$

za $m \geq 1$.

Za $k \geq 1$ pa se v izrazu za $\varphi(z,k,m)$ določeno število faktorjev v števcu in v imenovalcu pokrajša. Če je $k > m$, dobimo polinom spremenljivke z, torej na $\mathbb{C}$ holomorfno funkcijo, in tedaj je

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_{\mathcal{C}} \varphi(z,k,m)\,dz = 0.$$

Za $k < m$ ostaneta v imenovalcu vsaj dva faktorja, števec pa je enak 1, zato je po lemi 2 spet

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_{\mathcal{C}} \varphi(z,k,m)\,dz = 0.$$

Če pa je $k = m$, dobimo

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_{\mathcal{C}} \varphi(z,m,m)\,dz = \frac{1}{2\pi i}\oint_{\mathcal{C}} \frac{dz}{z-m} = 1.$$

Ugotovitev lahko strnemo v preprosto formulo

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_{\mathcal{C}} \varphi(z,k,m)\,dz = \delta_{k,m},$$

kjer je $\delta_{k,m}$ Kroneckerjev simbol. Zato dobimo z integracijo iz izraza (4):

$$S(n,m) = \frac{1}{2\pi i}\oint_{\mathcal{C}} \frac{z^n\,dz}{z(z-1)(z-2)\dots(z-m)}.$$

Funkcije pod integralskim znakom, to se pravi

$$F(.,n,m) : z \mapsto F(z,n,m) = \frac{z^n}{z(z-1)(z-2)\cdots(z-m)},$$

kjer sta števili n in m nenegativni in celi, vzamemo kot funkcije z morebitno odpravljivo singularnostjo v točki $z=0$. Hitro se da preveriti, da za vsak $n \geq 0$ in vsak $m \geq 1$ velja enakost

$$F(z,n+1,m) = mF(z,n,m) + F(z,n,m-1). \tag{5}$$

Funkcije $z \mapsto F(z,n,m)$ po vsem, kar smo videli, lahko uporabimo za novo, integralsko definicijo Stirlingovih števil druge vrste (članek [2]). Zanje lahko tudi povsem na novo, neodvisno od njihove kombinatorične definicije, izpeljemo glavne lastnosti. Oblikujmo izrek.

Izrek 3. *Za poljubni nenegativni celi števili m in n ima integral*

$$S(n,m) = \frac{1}{2\pi i}\oint_{\mathcal{C}} F(z,n,m)\,dz, \tag{6}$$

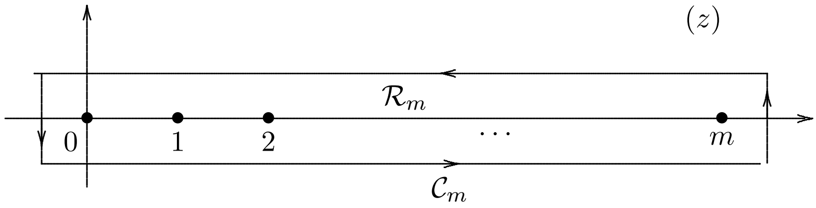
kjer je $\mathcal{C}$ poljubna enostavno sklenjena izmerljiva krivulja, ki objame točke $0,1,2,\ldots,m$ v ravnini kompleksnih števil (z) in ne poteka skozi nobeno od njih, naslednje lastnosti:

1. $S(0,0) = 1$;
2. $S(n,0) = 0$ *za vsak* $n \geq 1$;
3. $S(0,m) = 0$ *za vsak* $m \geq 1$;
4. $S(n+1,m) = mS(n,m) + S(n,m-1)$ *za vsak* $m \geq 1$ *in za vsak* $n \geq 0$;
5. $S(n,m) = 0$ *za* $m > n \geq 1$;
6. *vsa števila* $S(n,m)$ *so nenegativna in cela.*

Dokaz. Za integracijsko krivuljo integrala v izreku lahko vzamemo na primer $\mathcal{C}_m$, to je ograjo pravokotnika $\mathcal{R}_m$, ki ga kaže slika 1. Glede na to, kako je definirana funkcija $F(.,n,m)$, je lahko točka $z=0$ vselej znotraj tega pravokotnika, kot je razvidno iz poteka dokaza.

1. Za $n = m = 0$ je

$$S(0,0) = \frac{1}{2\pi i}\oint_{\mathcal{C}_0} \frac{dz}{z} = 1.$$



Slika 1. Integracijska krivulja.

2. Za $n \geq 1$ in $m = 0$ imamo po Cauchyjevem integralskem izreku

$$S(n,0) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\mathcal{C}_0} z^{n-1}\, dz = 0,$$

saj je tedaj podintegralska funkcija na pravokotniku $\mathcal{R}_0$ regularna.

3. Za $n = 0$ in $m \geq 1$ je prav tako po lemi 2

$$S(0,m) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\mathcal{C}_m} \frac{dz}{z(z-1)(z-2)\cdots(z-m)} = 0.$$

4. Za vsak $m \geq 1$ in za vsak $n \geq 0$ je

$$2\pi i(mS(n,m)+S(n,m-1)) = m \oint_{\mathcal{C}_m} F(z,n,m)\, dz + \oint_{\mathcal{C}_m} F(z,n,m-1)\, dz =$$

$$= \oint_{\mathcal{C}_m} (mF(z,n,m) + F(z,n,m-1))\, dz =$$

$$= \oint_{\mathcal{C}_m} F(n+1,n,m)\, dz = 2\pi i S(n+1,m)\,.$$

Pri tem smo uporabili enakost (5). Po krajšanju s faktorjem $2\pi i$ dobimo iskano rekurzijsko zvezo.

5. Za $m > n \geq 1$ dobimo po lemi 2

$$S(n,m) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\mathcal{C}_m} \frac{z^{n-1}\, dz}{(z-1)(z-2)\cdots(z-m)} = 0.$$

6. Da so vsa števila $S(n,m)$ nenegativna in cela, lahko sklepamo induktivno na podlagi pravkar dokazane rekurzijske zveze.

S tem smo izrek v celoti dokazali. ∎

Z rekurzijsko zvezo

$$S(n+1,m) = mS(n,m) + S(n,m-1),$$

ki velja za $m \geq 1$ in $n \geq 0$, so pri robnih pogojih $S(0,m) = 0$ za $m \geq 1$, $S(n,0) = 0$ za $n \geq 1$ in $S(0,0) = 1$ Stirlingova števila $S(n,m)$ natančno določena. Zato imamo (6) res lahko za njihovo integralsko definicijo.

Primer 5. Izrek 1 in izraz (6) nam pomagata razviti še eno formulo za število surjektivnih funkcij iz množice A, ki ima n elementov, na množico B, ki ima m elementov. Vemo že, da jih je $m!S(n,m)$. Sedaj pa lahko zapišemo

$$m!S(n,m) = m!\sum_{k=0}^{m} \mathrm{Res}(F(.,n,m),k).$$

Najprej obravnavamo primer $n \geq 1, n \geq m \geq 1$. V polu $z = k$, kjer je $k = 1,2,\dots,m$, je tedaj

$$\mathrm{Res}(F(.,n,m),k) = \lim_{z\to k} \frac{z^n}{z(z-1)\dots(z-k+1)(z-k-1)\dots(z-m)}.$$

Po poenostavitvi dobimo

$$\mathrm{Res}(F(.,n,m),k) = \frac{(-1)^{m-k}k^n}{k!(m-k)!}.$$

Dobljeni izraz je pravilen tudi za $n = 0$ in $k = 0$, če v njem privzamemo, da je $0^0 = 1$. Nazadnje dobimo:

$$m!S(n,m) = \sum_{k=0}^{m}(-1)^{m-k}k^n\binom{m}{k} = \sum_{k=0}^{m}(-1)^k(m-k)^n\binom{m}{k}.$$

Zgornji izraz se da izpeljati tudi popolnoma kombinatorično z uporabo pravila o vključitvi in izključitvi.

Stirlingova in Bellova števila imajo še veliko drugih lastnosti, posplošitev in povezav. Nastopajo še marsikje v matematiki, zlasti v kombinatoriki, verjetnostnem računu in teoriji števil.

LITERATURA

[1] M. Abramowitz in I. Stegun, *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*, Dover publications, New York, 1972.

[2] A. Benzait in B. Voigt, *A combinatorial interpretation of* $(1/k!)\Delta^k t^n$, Discrete Mathematics **73** (1988/89), 27–35.

[3] J. Grasselli, *Enciklopedija števil*, DMFA – založništvo, Ljubljana, 2008.

[4] S. Klavžar in P. Žigert, *Izbrana poglavja uporabne matematike*, Pedagoška fakulteta, Maribor, 2002.

[5] N. Prijatelj, *Matematične strukture I*, Mladinska knjiga, Ljubljana, 1964.

[6] I. Vidav, *Višja matematika III*, DZS, Ljubljana, 1976.

NOBELOVA NAGRADA ZA FIZIKO 2011 – TEMNA ENERGIJA

VID IRŠIČ IN ANŽE SLOSAR

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

PACS: 98.80.-k, 98.80.Es, 98.80.Bp

Letošnja Nobelova nagrada za fiziko je bila podeljena za odkritje pospešenega širjenja vesolja. Dobitniki nagrade so trije ameriški znanstveniki: Saul Perlmutter, Brian Schmidt in Adam Riess, ki so z merjenjem razdalj do oddaljenih supernov tipa Ia (ena a) odkrili, da se vesolje širi pospešeno in ne pojemajoče, kot je znanstvena skupnost do takrat domnevala.

THE NOBEL PRIZE IN PHYSICS 2011 – DARK ENERGY

This year's Nobel prize for physics was awarded for the discovery of the accelerated expanison of the Universe. The Nobel laureates are three american scientists: Saul Perlmutter, Brian Schmidt and Adam Riess. By measuring how far away are distant supernovae of type Ia (one a) they have discovered that the Universe is expanding at an ever increasing rate rather than slowing down as expected by scientific community.

Zgodovinski uvod

Konec prejšnjega tisočletja je strokovno javnost pretresla novica, da se vesolje širi pospešeno, ko sta dve neodvisni raziskovalni skupini predstavili enake rezultate leta 1998. Izmerjen pospešek širjenja vesolja implicira, da neka neznana oblika energije razpenja vesolje. Ta temna energija pomeni velik delež energijske gostote v dandanašnjem vesolju, okoli 70 %, in hkrati ostaja ena največjih skrivnosti v fiziki.

Prve dokaze o širjenju vesolja je podal E. Hubble konec 20. let prejšnjega stoletja. Iz diagrama spreminjanja hitrosti oddaljevanja galaksij v odvisnosti od njihove oddaljenosti je Hubble odkril, da se vesolje širi. Hubble je izmeril, da je hitrost oddaljevanja galaksij sorazmerna njihovi oddaljenosti od Zemlje.

V tistem času so razdalje določali tako, da so opazovali periode spreminjanja sija kefeid. Kefeide so poseben razred spremenljivih zvezd, za katere se je izkazalo, da obstaja dobro določena zveza med lastnim povprečnim izsevom in periodo spreminjanja izseva zvezde. Objekte, za katere natančno poznamo izsev neodvisno od meritve razdalje, v astronomiji imenujemo standardni svetilniki. Hubble je tehniko povzel, a si je kot predmet opazovanj izbral galaksije, ki so bile dovolj blizu, da je v njih lahko našel posamezne kefeide.

Standardni svetilniki

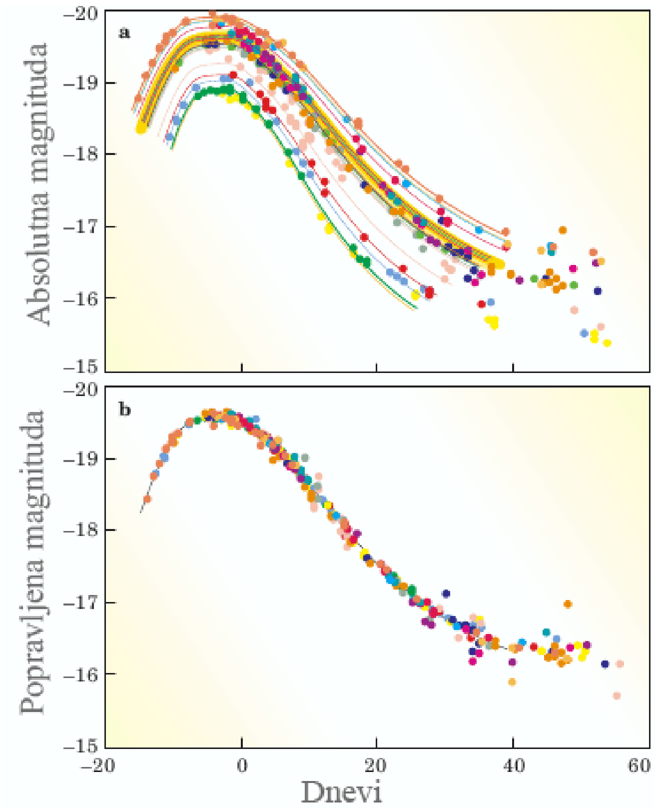
Kmalu po Hubblovem odkritju je astronomom postalo jasno, da če bi jim uspelo najti standardne svetilnike, ki bi bili oddaljeni več milijard kilometrov in bi jim uspelo izmeriti izsev in hitrost oddaljevanja, bi lahko natančno določili potek širjenja vesolja. Vendar ne kefeide, ki so veliko prešibke na tako velikih razdaljah, ne galaksije, ki se jim na takšnih časovnih skalah močno spreminja izsev (trki, nastajanje zvezd, ipd.) niso primerni kandidati za standardne svetilnike na tako velikih skalah. Šele veliko kasneje, v 60. letih, so ljudje pomislili na uporabo supernov tipa I za standardne svetilnike.

Supernove so eksplozije, ki lahko v nekaj dneh presežejo izsev celotne matične galaksije in se jih zato lahko opazuje do ogromnih razdalj. Vendar je bila raztresenost maksimalnega izseva različnih supernov prevelika, da bi bile primerne za določanje razdalj. Šele v 80. letih so z novo klasifikacijo supernove tipa I razdelili na supernove tipa Ia (ena a) in Ib, ko so opazili, da je močna silicijeva absorpcijska črta značilna le za tip Ia. Hkrati so tudi ugotovili, da je raztresenost izseva supernov tipa Ia izjemno majhna.

Na splošno so si supernove tipa Ia zelo podobne tako po obliki svetlobne krivulje (kako se izsev spreminja s časom) kot po lastnostih spektra. Supernove tipa Ia so eksplozije majhnih zvezd na koncu svoje življenske poti, ki jih imenujemo bele pritlikavke.

Bele pritlikavke so zelo kompaktne stare zvezde s približno enako maso kot Sonce, a velikosti Zemlje. Bela pritlikavka nastane, ko zvezda porabi ves vodik in helij v svoji notranjosti in nima več energije za potek jedrskih reakcij v svojem središču. Tam sta ostala večinoma ogljik in kisik. Tudi Sonce bo ob koncu svojega življenskega cikla oslabelo in se ohladilo v belo pritlikavko. Bela pritlikavka je končno stanje osamljene zvezde z maso podobno Soncu.

Veliko razburljivejši konec pa čaka belo pritlikavko v dvojnem zvezdnem sistemu, kjer jo najdemo precej pogosto. V takšnem primeru ji lastno močno gravitacijsko polje omogoča, da krade snov svoji spremljevalki. A ko masa bele pritlikavke naraste do Chandrasekharjeve limite, to je približno 1.4 Sončeve mase, tlak degeneriranega plina v notranjosti ne more več zdržati pod lastno gravitacijsko privlačnostjo. Ko se to zgodi, v zvezdi steče nekontrolirana fuzija, ki zvezdo v nekaj sekundah razžene. Produkti jedrske fuzije so



Slika 1. Svetlobne krivulje bližnjih supernov tipa Ia, ki jih je izmeril Mario Hamuy s sodelavci [Hamuy et al. (1993)]. (a) Absolutna magnituda (obratno logaritemsko merilo lastnega izseva) je narisana v odvisnosti od časa (glede na maksimum). Večina supernov tipa Ia pade točno v označen pas. Slika pa prikazuje tudi nekaj meritev, ki so povsem zunaj pričakovanega pasu tako po maksimalnem izsevu kot po dolžini trajanja eksplozije. Bolj svetle supernove se prižgejo in ugasnejo počasneje kot temnejše. (b) S preprostim raztegom v časovni skali, tako da supernova ustreza normi, in če pomnožimo izsev za faktor, ki ustreza tej časovni pretvorbi, lahko dosežemo, da se svetlobne krivulje vseh supernov tipa Ia lepo ujemajo [Perlmutter et al. (1997)].

močno radioaktivni in povzročijo hitro naraščanje izseva v naslednjih nekaj tednih po eksploziji. Po maksimumu izsev v nekaj mesecih ugasne.

Podobna kemična sestava in skoraj enaka masa tik preden belo pritlikavko razžene, sta razloga, zakaj imajo supernove tipa Ia tako majhno raztresenost maksimalnega izseva.

Meritve oddaljenosti supernov temeljijo na tem, da imajo vse supernove tipa Ia enak izsev ne glede na to, kako daleč stran so. Dosedanje meritve kažejo, da izsev ni popolnoma enak za vse, a raztresenost okoli povprečja je dovolj majhna, da lahko razdalje merimo zadovoljivo natančno.

V osnovi je ideja takšnih meritev sila preprosta. Če izmerimo gostoto svetlobnega toka oddaljenega objekta (j) in poznamo lastni izsev tega objekta (L), potem lahko izračunamo oddaljenost kot

$$d = \sqrt{\frac{L}{4\pi j}}\,. \tag{1}$$

Po drugi strani lahko iz spektra objekta izmerimo hitrost oddaljevanja oziroma natančneje, za kolikšen faktor so se absorpcijske črte v opazovanem spektru premaknile glede na njihove laboratorijske vrednosti. Tej količini pravimo rdeči premik (z). Za bližnje objekte velja linearna zveza med rdečim premikom in oddaljenostjo (d) – to relacijo je izmeril Hubble. Kadar pa merimo zelo oddaljene objekte, pa je treba račun izpeljati bolj rigorozno v okviru splošne teorije relativnosti [Dodelson (2003)]. V tem primeru lahko iz primerjave izmerjenih oddaljenosti in izračunanih oddaljenosti iz rdečih premikov določimo kozmološke parametre, npr. delež snovi in delež temne energije v vesolju.

Neodvisni skupini pod vodstvom Saula Perlmutterja (Supernova Cosmology Project – SCP) [Perlmutter et al. (1999)] in Briana Schmidta (High-z Supernova Search Team – HSST), v kateri je sodeloval tudi Adam Riess [Riess et al. (1998)], sta v medsebojni tekmi za oddaljenimi supernovami tipa Ia poskušali izmeriti pojemek vesolja. A oddaljene supernove so bile temnejše, kot so pričakovali. Če se širjenje vesolja upočasnjuje, bi morali supernove videti svetlejše. Pretresljiv zaključek, ki iz tega sledi, je, da se širjenje vesolja ne upočasnjuje – ravno nasprotno, širjenje se pospešuje [Perlmutter (2003)].

1. Meritve širjenja vesolja

Po Einsteinovi splošni teoriji relativnosti se vesolje, napolnjeno s snovjo, širi ali krči, odvisno od količine snovi. Ker Einsteinova teorija sklopi maso in geometrijo prostora, je tudi usoda vesolja odvisna od količine snovi. Če bi nam uspelo izmeriti količino snovi v vesolju, bi tako lahko napovedali, kakšen konec bo vesolje doživelo. Takšna vprašanja so ob koncu tisočletja še posebej burila duhove, kar je še dodatno podžgalo znanstvenike k rešitvi te uganke.

V času pred meritvami supernov v 90. letih so druge meritve širjenja vesolja kazale na določeno mero neujemanja (meritve oddaljenih jat galaksij z rentgensko svetlobo in IRAS satelitom, oddaljenost bližnjih supernov ($z < 0.5$), nekozmološke hitrosti iz kataloga Mark III, število lečenih objektov, morfologija jat galaksij z ROSAT satelitom, starost vesolja, meritve deleža plina v jatah galaksij z rentgensko svetlobo (ASCA, Keck), dinamika lokalne jate, ipd.) [Dekel et al. (1997)]. Rezultati nekaterih analiz (jate galaksij, starost vesolja, delež barionov v jatah, lokalna jata) so kazali, da je gostota snovi v vesolju, izražena kot delež kritične gostote (ρ_c), enaka 30 %, rezultati drugih (npr. bližnje supernove, nekozmološke hitrosti, lečeni objekti, morfologija jat) pa, da je delež celotne energije enak 100 % kritične gostote.

Če danes v vesolju prevladuje snov (za fotone in nevtrine so vedeli, da danes malo prispevajo k deležu energije), potem bi moral biti delež snovi enak deležu celotne energije. Najti odgovor in potrditi ene ali druge je bil tudi prvotni cilj obeh skupin, ki sta se takrat podali na lov za supernovami – in pokazali, da so imeli oboji prav: po trenutno veljavnem modelu vesolja je delež snovi (temne in barionske mase) približno 30 %, toda hkrati je vsota vseh prispevkov energijske gostote enaka kritični gostoti, saj za manjkajočih 70 % poskrbi temna energija. Kozmologi pod barionsko snov štejejo vso snov, sestavljeno iz kvarkov, hadronov in leptonov, ki sestavljajo galaksije, zvezde, planete in živa bitja. Med barione pa ne štejejo fotonov in nevtrinov.

Meritve, ki so jih izvedli letošnji Nobelovi nagrajenci, so le prve v vrsti eksperimentov, ki so v naslednjih 10 letih izmerili lastnosti temne energije.

Poleg supernov tipa Ia nam dandanes o obstoju temne energije pričajo številne meritve, ki s povsem drugačnimi postopki določijo delež temne energije in dobijo enako vrednost kot analiza meritev supernov iz leta 1998. Med te metode spadajo meritve anizotropij v prasevanju v kombinaciji z meritvami Hubblove konstante s Hubblovim teleskopom (HST), masna funkcija jat galaksij (porazdelitev jat galaksij po masi), spekter moči galaksij (Fourierova transformacija korelacijske funkcije porazdelitve galaksij po prostoru), integrirani Sache-Wolfov efekt (vpliv s časom spreminjajočega se gravitacijskega potenciala), barionske akustične oscilacije v korelacijski funkciji galaksij (standardno ravnilo, ki ga postavi fizika akustičnih oscilacij v plazmi zgodnjega vesolja) in druge. Žal se tem metodam ne moremo posvetiti v tako kratkem članku.

Čeprav bi pri vsakem od teh eksperimentov lahko vpliv, ki ga ima temna energija, razložili na kak drug način, tega ne bi mogli storiti z isto teorijo za več eksperimentov hkrati. In ravno to nas danes prepriča, da je temna energija pravilen opis vseh teh meritev in so njene lastnosti iz kombinacije eksperimentov zelo natančno določene.

Z analizo meritev supernov tipa Ia je letošnjim Nobelovim nagrajencem iz obeh skupin uspelo izmeriti deleža energijske gostote snovi (Ω_m) in temne energije (Ω_{de}) v enotah kritične gostote kot

$$\Omega_m = \rho_m/\rho_c \approx 0.3, \qquad \Omega_{de} = \rho_{de}/\rho_c \approx 0.7. \tag{2}$$

Kritična gostota energije predstavlja primer ravnega vesolja in je odvisna zgolj od vrednosti Hubblove konstante ob danem času. Danes je njena vrednost okoli 9.2×10^{-27} kg/m^3 oziroma $\rho_c \sim 6$ H atomov/m^3.

S tem so odgovorili na vprašanje, ki so si ga zastavili ob odločitivi, da opazovalne projekte izvedejo, namreč kolikšen je delež snovi, in hkrati ugotovili, da je vesolje skoraj ravno ($\Omega_m + \Omega_{de} \approx 1$). Obe ugotovitvi so kasnejši eksperimenti potrdili in hkrati trdno podprli idejo o manjkajoči temni energiji. Če danes združimo podatke več kozmoloških eksperimentov [Komatsu et al. (2011)], ki merijo temno energijo, dobimo naslednje številke:

$$\Omega_m = 0.275 \pm 0.015, \qquad \Omega_\Lambda = 0.725 \pm 0.016. \tag{3}$$

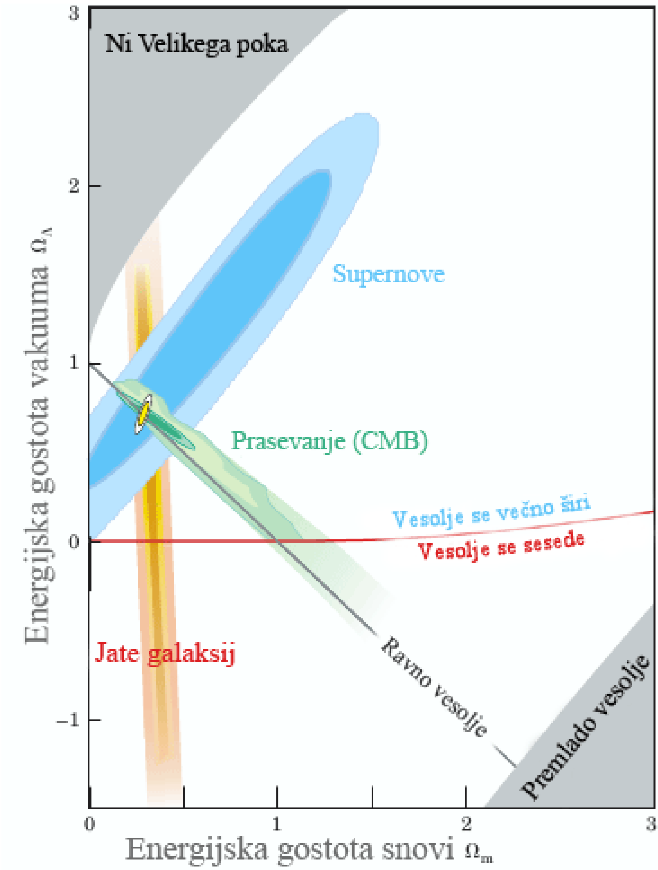
2. Temna energija

Kar so Nobelovi nagrajenci opazili v vesolju, pa je napovedovala že teorija. Leta 1915 je Albert Einstein objavil svojo splošno teorijo relativnosti, ki je postala temelj razumevanja razvoja vesolja.

V standardni izpeljavi enačb polja splošne relativnosti zapišemo najbolj splošen lokalen, koordinatno invarianten, simetričen tenzor brez divergence, ki je funkcija zgolj metrike ($g_{\mu\nu}$) in njenih prvih in drugih odvodov. Ta je enak

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}, \tag{4}$$

kjer $R_{\mu\nu}$ označuje Riccijev tenzor, R Riccijev skalar in Λ poljubno konstanto, ki ji pravimo *kozmološka konstanta*. Če zahtevamo, da je ta tenzor



Slika 2. Prikazane so projicirane verjetnostne porazdelitve na ravnino parameterov Ω_m in Ω_Λ. V tem primeru je teorija opisana z najbolj preprosto možno obliko temne energije – kozmološko konstanto. Vidimo, da analize različnih eksperimentov (oddaljene supernove tipa Ia, jate galaksij, prasevanje (CMB)) opišejo drugačne krivulje največje verjetnosti a imajo skupno sečišče pri $\Omega_m = 0.3$ in $\Omega_\Lambda = 0.7$. Majhno območje pri presečišču prikazuje napovedi novega satelita, ki bo meril supernove, imenovanega SNAP (SuperNova Acceleration Probe). Horizontalna črta loči med vesoljem, ki se širi v nedogled in takšnim, ki se konča in sesede samo vase. Prečna črta pa prikazuje območje tega faznega prostora, kjer naj bi po napovedih teorije inflacije živeli Ω_m in Ω_Λ. Teorija inflacije namreč pravi, da je vesolje skoraj popolnoma ravno in velja $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$. To tudi opazimo, kar so izjemno natančno potrdili sateliti, ki merijo prasevanje [Perlmutter (2003)].

sorazmeren napetostnemu tenzorju, izpeljemo Einsteinove enačbe splošne relativnosti. Konstanta sorazmernosti je podana z zahtevo, da se enačbe poenostavijo v Newtonovo gravitacijo v limiti, ko je polje majhno in velja $\Lambda \sim 0$. Splošne enačbe polja so torej

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \,. \tag{5}$$

Večina je verjela, da je naravna vrednost Λ enaka nič. V tem primeru enačbe teorije napovedujejo, da se vesolje širi ali krči. Ta pretresljiv zaključek je dosegel Friedmann celo desetletje pred Hubblovim odkritjem oddaljevanja galaksij. Toda neničelna kozmološka konstanta obstaja kot edina matematično logična razširitev minimalne splošne teorije relativnosti. Einstein, nezadovoljen s širjenjem, ki se ni ujemalo s takratno predstavo o statičnem vesolju, je kozmološko konstanto postavil na vrednost, ki je ravno uravnovesila silo gravitacije in preprečevala vesolju širjenje. Vendar jo je Einstein, ki s to rešitvijo ni bil zadovoljen, kasneje ovrgel in označil za svojo največjo napako. Vendar so opazovanja skoraj 80 let kasneje pokazala, da je ta člen prav presenetljivo briljanten.

Zanimivo je, da so znanstveniki naleteli na težave s statičnim vesoljem že pred Einsteinom in splošno relativnostjo. Konec 19. stoletja je strokovna javnost zapisala in oblikovala termodinamične zakone. Le-ti pravijo, da vsak termodinamičen sistem teži k najmanjši prosti energiji in največji entropiji. In največjo entropijo sistem doseže v končnem času. Če pa je vesolje statično, potem je neskončno staro in je imelo povsem dovolj časa, da bi prišlo v stanje z maksimalno entropijo. Vendar če je vesolje že doseglo to točko, potem se v takem vesolju ne bi moglo nič več zgoditi – noben proces ne bi mogel teči, predvsem pa ne fuzija v zvezdah, kar so v času pred Hubblovim odkritjem že poznali.

S statičnim vesoljem, kot ga je Einstein dobil z uvedbo kozmološke konstante, tudi sam ni bil zadovoljen. Enačbo (5) lahko preuredimo v

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} (T_{\mu\nu} + T_{\mu\nu}^{\mathrm{vac}}), \tag{6}$$

kjer velja $T_{\mu\nu}^{\mathrm{vac}} = -\frac{\Lambda c^4}{8\pi G} g_{\mu\nu}$. Kozmološko konstanto si lahko torej predstavljamo ne samo kot spremembo enačb splošne relativnosti, ampak kot snov s posebnimi lastnostmi. Napetostni tenzor $T_{\mu\nu}^{\mathrm{vac}}$ opisuje vrsto temne energije, ki je razpredena po celotnem prostoru enakomerno, medtem ko ima snov očitne zgoščine v obliki galaksij in zvezd. Torej je takšne vrste statično vesolje neravnovesno, in če je neskončno staro, bi moralo že priti iz tega neravnovesnega stanja, kar pomeni, da se širi ali krči, kot napoveduje teorija brez kozmološke konstante. V tem primeru je uvedba kozmološke konstante, kot si je to zamislil Einstein, popolnoma nesmislena – saj z njo ne moremo popolnoma izničiti širjenja vesolja.

Kaj torej poganja pospešeno širjenje vesolja? To čudno obliko energije imenujemo *temna energija* in je velik in resen problem fundamentalne fizike, ki nam ga še ni uspelo rešiti. Predlaganih je bilo veliko idej, najpreprostejša je ponovna uvedba Einsteinove kozmološke konstante. Čeprav jo je Einstein uvedel kot antigravitacijsko silo, ki bi uravnovesila gravitacijsko silo snovi in tako ustvarila statično vesolje, jo dandanes uporabljamo za ustvarjanje pospešenega širjenja vesolja.

Kozmološka konstanta je, kot že samo ime pove, konstantna in se ne spreminja ne s krajem in ne s časom. Temna energija torej postane dominantna, ko se snov razleze zaradi širjenja vesolja in se s tem zmanjša gravitacijski privlak. To bi razložilo, zakaj je temna energija vstopila v igro tako pozno v evoluciji vesolja, šele pred dobrimi 5 milijardami let (vesolje je staro 13.8 milijard let). Takrat se je gravitacijska sila zadosti zmanjšala v primerjavi s temno energijo, da je le-ta prevladala. Do takrat se je vesolje širilo pojemajoče.

Kozmološka konstanta ima lahko svoj izvor v kvantni mehaniki. Vakuum, prazen prostor, po teoriji kvantne mehanike nikoli ni popolnoma prazen in je bolj podoben brbotajoči kvantni juhi, kjer nastajajo in izginjajo virtualni pari delcev in antidelcev, ki ustvarjajo energijo. Da to ni popolna znanstvena fantastika, so potrdili eksperimenti Casimirjevega efekta. Vendar se najpreprostejši račun za količino temne energije sploh ne ujema z opazovanji, saj teorija napoveduje količino temne energije za faktor 10^{120} več, kot pravijo opazovanja.

Mogoče pa temna energija vendarle ni konstanta. Morda obstaja skalarno polje, ki samo občasno ustvari temno energijo. Teorije, ki opisujejo takšna polja, se imenujejo kvintesence (angl. quintessence), po grškem imenu za peti element. V takšnih teorijah poleg deleža temne energije (Ω_{de}) nastopa še dodatni parameter, ki opisuje enačbo stanja temne energije. Gre za razmerje med tlakom, ki ga temna energija povzroča, in njeno energijsko gostoto

$$w = \frac{p}{\rho c^2}. \tag{7}$$

V primeru kozmološke konstante je parameter enačbe stanja (w) tudi konstanten in enak -1. Bolj preproste modele opisuje še vedno konstanten parameter w z vrednostjo, različno od -1. Kadar imamo opravka z dinamičnim skalarnim poljem, pa je lahko w poljubno komplicirana funkcija časa.

Poleg uvedbe temne energije za opis pospešenega širjenja vesolja obstaja cela kopica modifikacij Einsteinove teorije splošne relativnosti na velikih skalah. Kvalitativno podobni modeli so se pojavljali do pred nekaj leti za opis temne snovi, vendar so jih eksperimenti ovrgli. Še zmeraj pa ostajajo ti modeli za opis pospešenega širjenja vesolja, saj za zdaj nimamo dovolj eksperimentalnih podatkov, da bi lahko razlikovali med opisi temne energije in spremembami v splošni relativnosti [Tsujikawa (2010)].

Zanimivo naključje, ki so ga mnogi poskušali razložiti, je, zakaj je delež temne energije enakega reda velikosti kot delež snovi v vesolju danes, ko to opazujemo. Večina teh teorij se sklicuje na antropičen argument, kajti če bi bila temna energija že malo drugačna (npr. malo večja), strukture, kot so galaksije, zvezde in planeti, ne bi utegnile nastati in ne bi bilo nas, ki bi to opazovali. Vendar takšen pogled še ne odgovori na vprašanje, kaj temna energija je, le postavi kvaziargument, zakaj se to sploh lahko vprašamo.

3. Sklep

Karkoli že temna energija je, se zelo dobro ujema z opazovanji. Po zadnjih podatkih je delež temne energije v vesolju okoli 73 %. Preostalo je (večinoma) snov. A le približno 4.5 % je običajne barionske snovi. Preostali delež je temna snov, ki je prav tako ne razumemo popolnoma.

Temna snov je še ena od ugank našega vesolja. Kot temna energija je tudi temna snov „nevidna“ in lahko izmerimo le njene gravitacijske efekte. Obema neznankama je skupen le pridevnik temna, a ena privlači, druga odbija.

Odkritje, za katero je bila podeljena letošnja Nobelova nagrada za fiziko, je torej pripomoglo k ugotovitvi, da je vesolje več kot 95 % sestavljeno iz snovi (temna energija in temna masa), katere mikroskopska fizika in pomen znotraj standardnega modela fizike delcev še ni pojasnjen.

LITERATURA

[Hamuy et al. (1993)] M. Hamuy et al., *The 1990 Calan/Tololo Supernova Search*, Astron. J. **106** 2392 (1993) in **109** 1 (1995).

[Perlmutter et al. (1997)] S. Perlmutter et al. (Supernova Cosmology Project), *Measurments of the cosmological parameters* Ω *and* Λ *from the first seven supernovae at* $z \geq 0.35$, Astrophys. J. **483** 565 (1997).

[Perlmutter et al. (1999)] S. Perlmutter et al. (Supernova Cosmology Project), *Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae*, Astrophys. J. **517** 565 (1999).

[Riess et al. (1998)] A. Riess, B. Schmidt et al. (High-z Supernova Search), *Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant*, Astron. J. **116** 1009 (1998).

[Perlmutter (2003)] S. Perlmutter, *Supernovae, Dark Energy, and the Accelerating Universe*, Physics Today, 53 (April 2003).

[Dekel et al. (1997)] A. Dekel, D. Burstein in S. D. M. White, *Measuring Omega*, Critical Dialogues in Cosmology, 175, 1997.

[Komatsu et al. (2011)] E. Komatsu, K. M. Smith, J. Dunkley et al., *Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation*, Astrophys. J., **192**, 18, 2011.

[Tsujikawa (2010)] S. Tsujikawa, *Modified Gravity Models of Dark Energy*, Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, **800**, 99, 2010.

[Dodelson (2003)] S. Dodelson, *Modern cosmology*, Academic Press (2003).

VESTI

NOVI ČLANI DRUŠTVA V LETU 2011[1]

V letu 2011 se je v Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije včlanilo 23 novih članov:

2327. Loti Ašič
2328. Lidija Babič
2329. Andrej Blejec
2330. Dejan Čurk
2331. Mihael Gojkošek
2332. Oskar Krevh
2333. Darja Potočar
2334. Milojka Vidmar
2335. Simon Pertoci
2336. Tjaša Blažej
2337. Bernarda Slodnjak Pernek
2338. Monika Cerinšek
2339. Urka Rihtaršič
2340. Nino Bašič
2341. Sergio Cabello Justo
2342. Tajana Stres
2343. David Gajser
2344. Dunja Fabjan
2345. Darja Antolin
2346. Luka Snoj
2347. Gabrijela Hladnik
2348. Ana Pušnik
2349. Valerij Romanovskij

Tadeja Šekoranja

[1] Novi člani DMFA Slovenije za leto 2010 so bili objavljeni v Obzorniku za matematiko in fiziko **57** (2010) 6, stran 239.

UČITELJ FIZIKE: TOLMAČ, TRENER ALI ČAROVNIK?[1]

GORAZD PLANINŠIČ

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

V antiki so znanje in veščine, ki se jih je naučil človek, zadostovale za več generacij. V 17. stoletju, ko se je pojavila znanost v današnjem pomenu besede, je znanje, ki ga je človek dobil v mladosti, omogočalo preživetje ene generacije. V današnjem času pa lahko to, kar učimo danes, zastara že v desetih letih. Zato je nadvse pomembno, da znanje, ki ga morajo dijaki usvojiti, podajamo tako, da ob tem razvijamo tudi razumevanje, kritično razmišljanje in tehnike učenja. Številne raziskave so pokazale, da tega ne moremo doseči s tradicionalnim načinom poučevanja, pri katerem dijaki le sprejemajo znanje, ki ga posreduje učitelj. Zato so se že v drugi polovici prejšnjega stoletja začeli pojavljati novi načini poučevanja, ki so večinoma izhajali iz konstruktivizma, v zadnjem času pa imajo na razvoj le-teh velik vpliv tudi nova spoznanja kognitivne znanosti, spoznanja o delovanju možganov, pa tudi razvoj tehnologije (predvsem IKT). Vzporedno s spremembami v načinu poučevanja pa morajo potekati tudi spremembe v izobraževanju bodočih in aktivnih učiteljev.

Izobraževanje učiteljev fizike

Kljub temu da je izobraževanje učiteljev izrazito interdisciplinarno področje, ki vključuje številna splošna znanja, pa je matična stroka (prepoznamo jo po predmetu, ki ga učitelj poučuje) osnovno ogrodje, ki narekuje izbiro poučevalskih postopkov, izbiro načinov poučevanja, preverjanja in ocenjevanja znanja. V nadaljevanju se bomo osredotočili na konkreten primer učiteljev fizike. Izobraževanje učiteljev fizike je neločljivo povezano z naslednjimi vprašanji:

- Kaj naj se dijaki naučijo pri fiziki?

[1] Ponatis s soglasjem avtorja in SAZU

- Kako lahko učitelj to doseže in kaj za to potrebuje?
- Kdo in kako naj izobražuje učitelja, da bo kos tem nalogam?

Na kratko se ustavimo ob vsakem od treh vprašanj.

Kaj naj se dijaki naučijo pri fiziki?

Dijaki morajo spoznati osnovne pojme in razumeti koncepte, ki jih narekuje učni načrt (na primer tlak, sila, energijski zakon itd). Recimo jim *gradniki*. Poleg tega morajo dijaki na skrbno izbranih primerih tudi doživeti, kako fizikalno znanje nastane oziroma na kakšen način rešujemo probleme v naravoslovju. Pri tem morajo imeti priložnosti, da sami prehodijo del poti in tako doživijo usvojeno znanje v različnih povezavah in novih okoliščinah. Oblikovanje gradiv in aktivnosti, ki so primerna za takšen namen, zahteva poglobljeno delo. Poleg gradnikov morajo torej dijaki imeti priložnosti, da spoznajo in sami preizkusijo *procese*, ki so ključni za nastajanje novega znanja, ter tako spoznajo načine razmišljanja, ki jih uporabljamo pri reševanju problemov v naravoslovju. V tem delu nastopajo tudi priložnosti za „učenje učenja“ ter razvijanje razumevanja in kritičnega razmišljanja. Znanje o gradnikih in razumevanje procesov sta del splošne izobrazbe, v širšem smislu pa del kulture sodobnega človeka.

Kako lahko učitelj to doseže in kaj za to potrebuje?

Opisano znanje in razumevanje lahko učitelj podaja na številne načine, ki pa jim je skupno to, da spodbudijo dijaka k aktivnemu sodelovanju. V tej zvezi pogosto govorimo o aktivnem učenju oziroma pouku. Tipični koraki znanstvenega postopka, ki naj jih dijaki na več primerih doživijo, so:

- opazovanje, prepoznavanje vzorcev;
- oblikovanje različnih razlag in modelov za opažene izide;
- oblikovanje napovedi izidov testnih poskusov na podlagi modelov;
- preverjanje, ali so izidi skladni z napovedmi (izboljševanje modelov);

- zavrnitev konkurenčnih razlag ali oblikovanje končne (izboljšane) razlage.

Aktiven pouk pa ne negira tradicionalnega načina poučevanja, temveč gradi na njegovih izkušnjah. Potrditev o tem najdemo v stavku Arnolda Aronsa, ki velja za utemeljitelja aktivnega učenja fizike v ZDA: „*... Prepričan sem, da sta jasna razlaga in demonstracijski poskusi vitalnega pomena pri pouku fizike. Pouk pa mora dodatno vključevati postopke, ki spodbujajo aktivno učenje in razmišljanje.*“

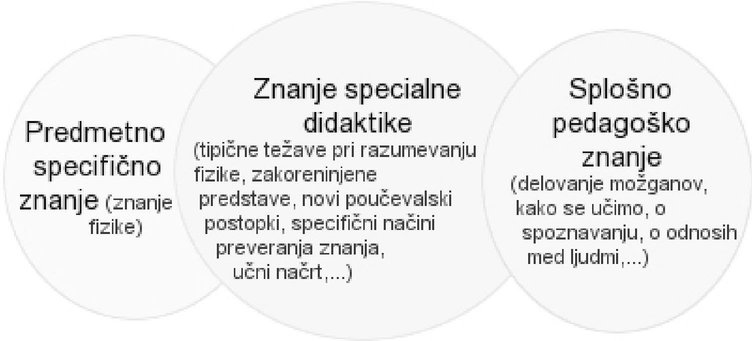
Očitno je, da aktivni pouk spreminja vlogo učitelja. Če ima učitelj v klasičnem načinu poučevanja vlogo razlagalca, tolmača ali posredovalca znanja, ima učitelj v aktivnem pouku vlogo, ki postaja bolj podobna vlogi trenerja oziroma tistega, ki dijake usmerja in jih podpira pri samostojnem razmišljanju. Če pa dodamo k temu še dodatno delo, ki ga od učitelja zahteva izvedba aktivnega pouka, medpredmetno povezovanje ter vloge tutorja, psihologa in celo žandarja, potem se zdi, da je lahko vsem tem nalogam kos le učitelj čarovnik.

Kaj potrebuje učitelj, da bo delo uspešno opravljal, tudi če nima čarovniških sposobnosti? Učitelj mora biti najprej motiviran za takšno delo. Zato potrebuje kvalitetno povratno informacijo in pa primerno spodbudo in priznanje za dobro delo **v razredu**. Za uspešno implementacijo novih poučevalskih načinov pa učitelj nujno potrebuje tudi kvalitetna gradiva in učbenike, primerno opremo (poskuse, IKT), dodatno pomoč laboranta in kvalitetno stalno strokovno izobraževanje.

Kdo in kako naj izobražuje učitelje, da bodo kos opisanim nalogam?

Preden odgovorimo na zastavljeno vprašanje, poglejmo, kakšna znanja potrebuje bodoči učitelj. To znanje sega na tri področja: predmetno specifično znanje (v našem primeru znanje fizike), splošno pedagoško znanje in znanje specialne didaktike (nekateri uporabljajo izraz predmetna didaktika). Glavni elementi znanja s posameznih področij so razvidni iz slike 1.

O tem, kdo naj poučuje in kje naj se razvija predmetno specifično in splošno pedagoško znanje, navadno ni dileme. Kdo pa naj poučuje in kje naj se razvija specialna didaktika? Iz vsega, kar smo zapisali doslej, sledi, da



Slika 1. Struktura znanja, ki ga potrebuje učitelj fizike.

je prav to vprašanje ključnega pomena pri izobraževanju bodočih učiteljev. Številni primeri doma in po svetu dokazujejo, da je za uspešen razvoj specialne didaktike pomembna tesna bližina matične stroke (v našem primeru fizike). Toda tesne bližine stroke ne smemo enačiti s stroko samo. Ločiti moramo med ekspertom, ki obvlada področje X, in ekspertom, ki obvlada kako znanje in veščine s področja X posredovati drugim. Morda nam je bolj domač primer iz športa: olimpijski prvak bo le redko postal odličen trener.

Seveda pa mora dober trener najprej sam obvladati šport, ki ga poučuje. Pri poučevanju naravoslovnih predmetov ni nič drugače. Biti ekspert na nekem področju še ne pomeni, da si sposoben izobraževati učitelje, ki bodo učili predmet s tega področja. Univerzitetni učitelji specialnih didaktik morajo biti eksperti stroke, ki so aktivni na področju specialne didaktike in se s tem področjem tudi raziskovalno ukvarjajo. To pa je možno le, če je področje živo in ga ustrezno priznavata strokovna in akademska sfera. Z zadovoljstvom ugotavljamo, da so bili na področju fizike narejeni opazni premiki pri reševanju opisanih težav, tako v svetu kot pri nas. Poučevanje fizike je raziskovalno področje (v anglosaškem svetu znano pod imenom *Physics Education Research*), z raziskovalnimi skupinami, konferencami in znanstvenimi revijami. Poučevanje fizike je interdisciplinarno področje, ki pa ima stalno prebivališče v fiziki. Dober dokaz za to je podatek, da ima ugledna revija *Physical Review* posebno izdajo, ki je namenjena raziskovanju v poučevanju fizike.

Sklep

Naravoslovno in tehnično znanje je strateška „surovina“, ki bo imela pomembno vlogo pri zagotavljanju naše blaginje v prihodnosti. Poleg gradnikov znanja moramo bodočim generacijam v procesu učenja dati tudi priložnost, da spoznajo in preizkusijo procese, pri katerih je naravoslovno znanje nastalo, ter ob tem razvijajo razumevanje in kritično razmišljanje. Za doseganje tega cilja potrebujemo kvalitetne učitelje in nove načine poučevanja, česar pa ni možno doseči brez razvoja kvalitetnih in znanstveno podprtih specialnih didaktik. Odlično usposobljeni in zadovoljni učitelji so najboljša naložba za našo prihodnost. Zato je poučevanje učiteljev strateška panoga, ki jo je treba nenehno razvijati in izboljševati, pa tudi primerno zaščititi.

UČINKOVITI NAČINI POUČEVANJA NARAVOSLOVNIH PREDMETOV IN INFORMATIKE NA GIMNAZIJI VIČ[1]

ALENKA MOZER

Gimnazija Vič, Ljubljana

V EU je v zadnjih letih potekalo kar nekaj raziskav o upadanju zanimanja mladih za naravoslovje in tehnologijo oziroma za študij na teh področjih. Pri tem se pojavlja zaskrbljenost glede kvalitete poučevanja naravoslovja ter razvijanja naravoslovno-matematičnih kompetenc mladih skozi šolanje (Form-It 2008, 2009; Science Education Now, 2007).

Učenje z raziskovanjem se je izkazalo kot zelo učinkovit način poučevanja, ki veča zanimanje dijakov ter hkrati tudi izboljšuje kvaliteto njihovega znanja. Tak pouk spodbudno deluje tudi na učitelje, ki imajo ključno vlogo pri prenovi in posodabljanju naravoslovnega izobraževanja. Vloga učiteljev in raziskovalcev ni „ex cathedra“, ampak da z dobrim načrtovanjem dejavnosti dijakom omogočijo, da sami gradijo svoje znanje. Pri tem so ključni medpredmetno usklajeni postopki in prilagoditev dijakovim interesom, kognitivni stopnji ter spretnostim in veščinam (Buczynski, 2010; Science Education Now, 2007; Urbančič, 2007). S konstruktivističnim načinom

[1] Daljša verzija članka je bila objavljena v zborniku SAZU o poučevanju.

poučevanja se dijakovo razumevanje naravoslovnih pojavov razvija prek lastnih aktivnosti ob ustrezni komunikaciji v skupini in z učitelji (Tobin, 1998, Marentič Požarnik, 2004, Plut Pregelj, 2008).

Kljub temu da pedagoške raziskave opredeljujejo aktivno učenje dijakov z raziskovanjem kot eno izmed najbolj učinkovitih metod pouka, v praksi le-to težje najde pot v razred:

- učitelji pogosto neradi sprejmejo „nove“ oziroma spremenijo preverjene oblike in metode dela v razredu;
- učitelji za mentorstvo pri projektnem delu porabijo več časa (tudi zunaj ur rednega pouka) kot pri klasičnem pouku;
- za zahtevnejše teme, ki jih dijaki želijo raziskovati, učitelji mnogokrat nimajo niti opreme niti zadostnega znanja s specifičnega področja;
- mnogi primeri zahtevajo sodelovanje z zunanjimi raziskovalnimi in razvojnimi institucijami; pri tem se postavlja vprašanje, kako poiskati in vzpostaviti stike z zunanjimi sodelavci.

Posodobljeni učni načrti za biologijo, fiziko, kemijo in informatiko v gimnaziji vključujejo projektno delo kot eno od oblik učenja z raziskovanjem (MŠŠ in ZRSŠ, 2008, 2009); pri tem lahko trpi kvaliteta rezultatov zaradi obremenitve dijakov s številnimi nalogami pri več predmetih.

Model dejavnosti na Gimnaziji Vič pri naravoslovnih predmetih in informatiki

Na Gimnaziji Vič smo učiteljice kemije prve začele načrtno uvajati aktivne metode pouka in sodelovati z raziskovalci na Fakulteti za kemijo in kemijsko tehnologijo UL, Kemijskim inštitutom, Institutom Jožef Stefan, Naravoslovno-tehniško fakulteto UL, Biotehniško fakulteto UL, Fakulteto za znanosti o okolju UNG, Zavodom za gradbeništvo RS, Kmetijskim inštitutom RS, Lekarnami Ljubljana ... Kmalu smo zaznale večjo motiviranost dijakov pri pouku in več kandidatov za maturo; vedno več je bilo uspehov na tekmovanjih z raziskovalnimi nalogami in Preglovih plaket. Interes za povezovanje smo kazali oboji – šola in raziskovalci. Učiteljice trdimo, da smo napredovale tako ožje strokovno (kemijsko) kot didaktično.

Pri informatiki so se učitelji predvsem ob projektu Timko začeli povezovati z drugimi predmetnimi področji. Kemikom in informatikom so se čedalje bolj pridruževali tudi fiziki, biologi, matematiki. Na osnovi teh izkušenj smo z leti razvili učinkovit način, kako uvesti medpredmetno zasnovane dejavnosti v pouk naravoslovnih predmetov in informatike ter se povezovati z raziskovalnimi ustanovami oziroma ustanovami za popularizacijo znanosti na področju naravoslovja in tehnologije.

Od šolskega leta 2006/07 dalje vabimo dijake, ki izkazujejo večji interes na področju naravoslovja, da se vpišejo v naravoslovni oddelek. V tem oddelku vsebine pouka naravoslovnih predmetov, matematike in informatike NE PRESEGAJO po učnih načrtih predpisanih vsebin, le aktivnosti so zasnovane drugače:

- pri pouku je več samostojnega dela dijakov, predvsem eksperimentalnega;
- organizirana so različna zanimiva, aktualna, poljudna predavanja zunanjih strokovnjakov, debate, okrogle mize;
- dijaki se udeležujejo terenskega dela, ekskurzij, tematskih taborov, kjer sodelujejo tudi zunanji (so)mentorji;
- organiziramo obiske raziskovalnih ustanov, kjer predavatelje vnaprej seznanimo, kaj zanima dijake in skupaj načrtujemo dejavnosti, kot so delavnice oziroma izvajanje eksperimentov;
- dijaki izdelajo medpredmetno zasnovano projektno nalogo v 1. in 2. letniku – dijake vključimo v „prave“ raziskave aktualnih problemov na različnih ravneh zahtevnosti (od projektne do raziskovalne naloge).

Posebej pomembna je tudi spremenjena vloga laborantov, ki sodelujejo v učiteljskem timu in zelo aktivno pomagajo dijakom pri načrtovanju in izvajanju eksperimentov.

Sodelovanje z zunanjimi institucijami vpeljemo tako, da upoštevamo dijakove želje, interese, kognitivne sposobnosti ter stopnjo razvitosti eksperimentalnih spretnosti in veščin. Pomembne pa so tudi možnosti, ki so šoli oziroma učiteljem na voljo (nabor in raznolikost ustanov, pripravljenost zunanjih mentorjev za sodelovanje in prilagajanje dijakom, materialni stroški takih sodelovanj).

Učinkovitost takega ravnanja se kaže v številu kandidatov, ki izberejo naravoslovne predmete pri maturi. Delež dijakov, ki izberejo kemijo, se v zadnjih letih giblje okoli 35 %. V šolskem letu 2009/10 je bil opažen izrazit porast števila kandidatov, ki so izbrali naravoslovne predmete za maturo (180 izpitov pri 193 kandidatih), kar gre pripisati prvi generaciji „naravoslovnih“ oddelkov na maturi. Trend se nadaljuje v šolskih letih 2010/11 in 2011/12. Pomemben kazatelj so tudi povprečne ocene, ki jih dosegajo naši dijaki; pri kemiji je njihova povprečna ocena že več let okoli 4.5, medtem ko se državno povprečje suče okoli 3.7.

Sklep

Dijaki z medpredmetno zasnovanimi naravoslovnimi dejavnostmi pridobijo znanja, spretnosti in veščine ter razvijajo ključne generične kompetence pri več gimnazijskih predmetih. Z usklajenim mentorskim vodenjem oziroma timskim poučevanjem lahko zmanjšamo obremenjenost dijakov vsaj pri projektnih nalogah ter hkrati zagotovimo, da raziskujejo aktualne zanimive teme in pripravijo kvalitetne izdelke. Zaradi stika z raziskovalci in neposrednih informacij, ki jih dijaki pri tem dobijo, ugotavljamo povečano motivacijo za učenje naravoslovnih predmetov in informatike, kar dokazuje izbira predmetov za maturo in v nadaljevanju odločitev za študij na področju naravoslovnih in tehniških znanosti.

Na Gimnaziji Vič smo učitelji na osnovi pozitivnih izkušenj pouk z več aktivnimi oblikami in ponudbo projektnega sodelovalnega dela vpeljali v vse oddelke, ne le v naravoslovne.

Pri tem želimo posebej poudariti, da se za naravoslovne predmete kot izbirne predmete na maturi čedalje bolj odločajo tudi učno šibkejši dijaki in da dosegajo zelo solidne rezultate, kar se sklada z ugotovitvami o učenju z raziskovanjem iz strokovne literature. Pri takem načinu dela je zelo pomembna vloga učitelja, ki zna delati vsako leto nekoliko drugače, ustvarjalno in timsko.

Cilj povezovanja šole z raziskovalnimi in drugimi ustanovami na področju naravoslovnih in tehniških znanosti je v kontekstualizaciji pouka, obravnavi aktualnih naravoslovnih problemov, torej vpetosti naravoslovja in znanosti v življenje, ter v povečanju motivacije oziroma izbire za študij in poklic na tem področju. Pri tem pride do prepletanja formalnega in neformalnega izobraževanja, pokažejo se mnoge priložnosti sodelovanja šole in dijakov z raziskovalci, univerzami, podjetji, lokalnimi oblastmi, z naravoslovnimi in drugimi muzeji, Hišo eksperimentov ... in s starši.

Opozorili bi še na nekaj težav. Priprava na tak pouk je bistveno zahtevnejša, tako časovno kot materialno. Žal stroškov, ki pri tem nastanejo, država formalno ne pokriva, zato je ključna podpora predvsem ravnatelja in učiteljev, ki morajo biti iznajdljivi in znati poiskati finančne vire za kritje materialnih stroškov ter vsaj delnega ovrednotenja učiteljevega dela. Razmisliti bi bilo treba o sponzorstvih, prispevkih staršev v šolski sklad ... Poleg tega je težko dolgoročneje načrtovati povezave šole z raziskovalnimi ustanovami – sedaj raziskovalci in učitelji to izvajamo predvsem na osnovi zanesenjaštva ter notranjega zavedanja, da „delamo prav“ (etika). Pričakovati bi bilo, da bi takšna sodelovanja na državni ravni sistemsko podprla tako Ministrstvo za šolstvo in šport kot tudi Ministrstvo za visoko šolstvo, znanost in tehnologijo.

LITERATURA

[1] Buczynski S. in C. Bobbi Hansen, *Impact of professional development on teacher practice: Uncovering connections, Teaching and Teacher Education*, 2010, Vol. 26, Issue 3, April 2010, 599–607.

[2] European Commision, *Science Education Now, A Renewed Pedagogy for the Future of Europe, Office for Official Publications of the European Communities*, 2007, EUR22845, Luxembourg.

[3] Gerloff-Gasser C. et al. (ur.), *FORM IT, Report on Research and Education Cooperations in Europe*, 2007, University of Zurich, Switzerland, `http://www.form-it.eu/download.php`.

[4] Marentič Požarnik B., *Konstruktivizem v šoli in izobraževanju učiteljev*, 2004, Ljubljana, Center za pedagoško izobraževanje, Filozofska fakulteta, Univerza v Ljubljani.

[5] Plut Preglej L., *Ali so konstruktivistične teorije učenja in znanja lahko osnova za sodoben pouk*, 2007, Sodobna pedagogika 4/2008, Ljubljana.

[6] Tobin K., *Issues and trends in teaching science*, 1998, International Handbook of Science Education, Kluwer academic publishers, 129–151.

[7] Urbančič M. in Glažar S. A., *Medpredmetno poučevanje ekosistema morje pri predmetu naravoslovje v sedmem razredu osnovne šole*, 2007, V: M. Vrtačnik et al. (ur.) *Akcijsko raziskovanje za dvig kvalitete pouka naravoslovnih predmetov*, Ljubljana, UL, NTF, PeF, 2007, 229–245.

ZOISOVE NAGRADE 2011

Aktualna podelitev Zoisovih nagrad in priznanj je bila 24. novembra 2011. Med nagrajenci sta tudi dva člana Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije. Zoisovo nagrado za življenjsko delo v fiziki je prejel akademik Gabrijel Kernel, Zoisovo priznanje pa Valerij Romanovskij.

Akademik prof. dr. Gabrijel Kernel je zaslužni profesor Univerze v Ljubljani ter sodelavec in zaslužni znanstvenik Instituta Jožef Stefan. Raziskoval je tudi na univerzi v Oxfordu, v Evropskem raziskovalnem središču (CERN) v Ženevi ter v DESY v Hamburgu. Je član SAZU, trikratni prejemnik Kidričeve nagrade ter nagrade Sklada B. Kidriča. Je tudi ambasador RS za znanost. Raziskovalno se je uveljavil na področjih fotojedrske absorpcije, raziskavah inverznih fotojedrskih procesov in invariantnosti na obrat časa pri elektromagnetnih interakcijah. Vpeljal je metodo za določevanje fotojedrskih parcialnih presekov. V Sloveniji je utemeljil eksperimentalno fiziko osnovnih delcev in s svojim celovitim znanstvenim delom prispeval k napredku stroke in ugledu Slovenije v svetu. Pomembno je njegovo sodelovanje pri raziskavah reakcij s pioni in dvofotonskih reakcij, sklopitvene konstante močne interakcije, odkritja mešanja nevtralnih mezonov B, asimetrije naprej-nazaj pri razpadih umeritvenega mezona Z v par b-antib, sklopitve treh šibkih umeritvenih bozonov. V sedemdesetih letih prejšnjega stoletja je ustanovil skupino slovenskih fizikov, ki se je pod njegovim vodstvom pridružila raziskavam s spektrometrom Omicron v Evropskem laboratoriju za fiziko delcev CERN v Ženevi. Pozneje se je s sodelavci pridružil eksperimentu ARGUS, ki se je posebej proslavil z odkritjem mešanja mezonov B. Eksperiment DELPHI je bistveno prispeval k natančnosti poznavanja parametrov standardnega modela osnovnih delcev. Z delom pri teh projektih je pod mentorstvom akademika Kernela doktoriralo 13 njegovih sodelavcev. O bogatem znanstvenem delu priča 300 člankov z okoli 6000 citati. Skupina, ki jo je ustanovil, šteje danes približno 30 sodelavcev. Mnogi izmed njih so ugledni znanstveniki in univerzitetni profesorji, ki samostojno vodijo raziskovalne skupine pri velikih mednarodnih projektih, kot so ATLAS v Ženevi, BELLE na Japonskem ali Pierre Auger v Argentini. Slovenija se je po zaslugi akademika Gabrijela Kernela vrisala na zemljevid pomembnih držav v fiziki delcev.

Dr. Valerij Romanovskij je prejel Zoisovo priznanje za pomembne znan-

Slika 1. Akademik prof. dr. Gabrijel Kernel.

stvene dosežke v matematiki. Rojen je bil v Novem Dvoru v Belorusiji, doktoriral iz matematike na Državni univerzi v Sankt Peterburgu na področju navadnih diferencialnih enačb. Zdaj je sodelavec Centra za uporabno matematiko in teoretično fiziko Univerze v Mariboru. V slovensko matematiko je s teorijo navadnih diferencialnih enačb uvedel novo raziskovalno področje. V zadnjih sedmih letih je dr. Romanovskij med drugim objavil 29 znanstvenih člankov, šest prispevkov v konferenčnih zbornikih, eno poglavje v knjigi in znanstveno monografijo The Center and Cyclicity Problems *A Computational Algebra Approach*, ki je izšla pri založbi Birkhaeuser-Springer. V teorijo polinomskih navadnih diferencialnih enačb v ravnini je uvedel pomembne nove algebrske in računalniškoalgebrske metode. Razvil je tudi nove ideje reševanja problemov obstoja limitnih ciklov in njihovih bifurkacij, Poincaréjevega problema centra ter lokalne integrabilnosti, izohronosti ter linearizabilnosti, časovne reverzibilnosti in invariantnih sistemov navadnih diferencialnih enačb ter s tem bistveno prispeval k reševanju slavnega 16. Hilbertovega problema. Dr. Romanovskij raziskovalno deluje tudi v matematični fiziki, saj je v soavtorstvu objavil veliko pomembnih člankov s področja tako imenovane teorije WKB in teorije neavtonomnih 1D hamiltonskih sistemov.

V imenu uredništva kolegoma čestitam za nagrado in priznanje.

LITERATURA

[1] `http://www.mvzt.gov.si/nc/si/medijsko_sredisce/novica/article//7195`

Aleš Mohorič

STROKOVNI SEMINAR DMFA SLOVENIJE NA TEMO STATISTIKA

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije v sodelovanju s Statističnim društvom Slovenije v petek, 27. januarja 2012 (od 9.00 do 18.30), in v soboto, 28. januarja 2012 (od 9.00 do 14.00), na Pedagoški fakulteti Univerze v Ljubljani organizira seminar, namenjen izobraževanju učiteljev matematike, z naslovom:

Zgledi uporabe statistike na različnih strokovnih področjih.

Na seminar se je potrebno prijaviti najkasneje do 18. 1. 2012 preko Informacijskega strežnika DMFA.

Statistika je šele v zadnjih letih pričela dobivati vidnejšo vlogo v učnih načrtih osnovnih, srednjih in visokih šol. Na pomenu pa pridobiva prav zaradi svoje široke uporabnosti na številnih področjih, kot so javna uprava, družboslovje, biologija, medicina, šport, ekonomija, zavarovalništvo, igralništvo …

Namen seminarja je predstaviti zglede uporabe statistike na čim bolj različnih področjih in tako omogočiti učiteljem širok pregled nad tem, kje in kako se statistika danes uporablja. Takšen pregled je izjemno pomemben za kakovostno in s primeri motivirano učenje statističnih tem v šoli.

V okviru predavanj bodo predstavljene tudi različne statistične metode in različni načini predstavitve podatkov, uporabni pri pouku matematike v šoli. Seminar se bo začel z uvodnim predavanjem dr. Andreja Blejca, ki bo napravil zgoščen pregled nekaterih temeljnih statističnih metod. Zglede uporabe statistike bodo predstavili vodilni slovenski strokovnjaki na svojih področjih:

- dr. Andrej Blejec (Nacionalni inštitut za biologijo, Biotehniška fakulteta, predsednik Statističnega društva Slovenije)
- dr. Anuška Ferligoj (Fakulteta za družbene vede, predsednica programskega sveta doktorskega programa Statistika na Univerzi v Ljubljani)
- mag. Irena Križman (generalna direktorica Statističnega urada Republike Slovenije)
- dr. Matjaž Omladič (Fakulteta za matematiko in fiziko)
- dr. Mihael Perman (direktor Agencije za zavarovalni nadzor)
- dr. Maja Pohar Perme (Inštitut za biostatistiko in medicinsko informatiko, Medicinska fakulteta)
- dr. Janez Stare (predstojnik Inštituta za biostatistiko in medicinsko informatiko, Medicinska fakulteta)

OB 40. OBLETNICI IZIDA PRAPRESEKA IN OB PODELITVI PRIZNANJA PROMETEJ ZNANOSTI REVIJI PRESEK

Konec meseca marca bo minilo 40 let od tistega deževnega občnega zbora Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije v Murski Soboti, ki se je z zlatimi črkami zapisal v zgodovino društva. Nanj je skupina mladih navdušencev prinesla prvo in edino številko praPreseka in z njo napovedala Presekovo rojstvo.

Zvezek je med udeleženci občnega zbora zbudil iskreno navdušenje. Kako tudi ne! Res je bil tedaj slovenskim srednješolcem že 20 let na voljo Matematičko-fizički list, ki je izhajal v Zagrebu. Toda pred nami je bil prvi tovrstni slovenski strokovni list za mlade, delno namenjen tudi učencem osnovnih šol. Njegovo ogrodje so sestavljali zapisi z matematičnih in fizikalnih tekmovanj v letu 1971: naloge in rešitve, poročila ter seznami nagrajenih in pohvaljenih tekmovalcev. V drugi polovici pa je bilo vsega po malem: po en matematični, fizikalni in astronomski članek, pa rubrike Premisli in reši, Bolj za šalo kot zares in Bistrovidec.

Najzaslužnejša za izid praPreseka sta bila Franci Oblak in Tomaž Skulj. Knjižico v nakladi 3000 izvodov je brezplačno natisnila tovarna Rog – Savlje. Honorar urednikom in avtorjem je bilo njihovo osebno zadovoljstvo ob izidu. Vse izvode so brezplačno razdelili med učence osnovnih in srednjih šol ter člane društva.

Čeprav je bil praPresek kot enkratna izdaja zaključena celota, so njegovi avtorji v uvodniku zapisali: „…praPresek je lahko tudi osnutek mesečnega mladinskega lista, namenjenega vsem tistim, ki jim je matematika, fizika in astronomija pri srcu. S primerno izbrano vsebino bi na nevsiljiv in prijeten način poskušali vzbujati ljubezen do teh treh naravoslovnih ved.“

Poldrugo leto za praPresekom, ob stoti obletnici rojstva profesorja Josipa Plemlja, je izšla prva številka Preseka, lista za mlade matematike, fizike in astronome. Odtlej je Presek redno izhajal in v štiridesetih letih našel svoje ugledno mesto v slovenski strokovni literaturi za mlade.

Presek je pravzaprav svojevrsten fenomen v svetovni matematični, fizikalni in astronomski periodiki za mlade. Sliši se neverjetno, a je res. Ko je pred leti na fizikalno olimpiado v Avstraliji naša ekipa prinesla nekaj izvodov Preseka kot darila sotekmovalcem, so v tam zbranih mednarodnih strokovnih krogih poželi občudovanje in začudenje, da ima jezikovno tako majhna narodnostna skupina časopis, kakršnega veliko večji narodi ne premorejo.

Zato se s ponosom in brez lažne skromnosti lahko veselimo nedavnega priznanja. Slovenska znanstvena fundacija je namreč reviji Presek dne 15. decembra 2011 podelila prestižno priznanje **Prometej znanosti za odličnost v komuniciranju**. Priznanje pripada številnim bivšim in sedanjim sodelavcem: ustanoviteljem revije, avtorjem, urednikom, recenzentom in lektorjem, tehničnim sodelavcem in vsem ostalim, ki so kakorkoli prispevali in prispevajo k nastajanju in kvaliteti Preseka.

* * *

Ideja praPresekovcev, da bi bil Presek mesečnik, se je izkazala za prehud zalogaj. Na začetku so izšle štiri številke letno, od 13. letnika dalje pa vsako leto po šest številk na 64 straneh. Prva leta se je rednim številkam občasno pridružila dodatna tematska številka, praviloma delo enega samega avtorja z eno samo obširnejšo temo. Te brošurice pomenijo osnovo kasneje ustanovljene zbirke z imenom Presekova knjižnica, v kateri je do danes izšlo že 45 del.

* * *

Prvih deset let so glavne Presekove rubrike prinašale prispevke iz matematike, fizike in astronomije. V tem času se je razmahnilo računalništvo, Presek je začel objavljati najprej naloge z republiških tekmovanj iz računalništva in z enajstim letnikom uvedel redno rubriko tudi za to področje. Hkrati se je preimenoval v Presek, list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje, kakor se imenuje še danes.

Stalnica v Preseku so bila in ostajajo poročila z matematičnih in fizikalnih tekmovanj za osnovnošolce in srednješolce, ki so se jim sčasoma pridružila tudi tekmovanja iz astronomije ter iz poslovne in razvedrilne matematike. Tekmovalne naloge in njihove rešitve izhajajo v zadnjih letih kot redna priloga k reviji.

Ostale rubrike so bile in so odvisne od prispelih prispevkov. Mednje sodijo Novice, Nove knjige, Premisli in reši, Bistrovidec, Zanimivosti, Razvedrilo in Pisma bralcev. Dobro so se prijele novejše rubrike: Presekova matura za srednješolce, Poizkuševalnica doma, Naravoslovna fotografija in Naloge iz astronomije. Že dolga leta lahko na sredini revije najdemo tematsko slikovno križanko s temami iz Presekovih vsebin, ki je med bralci zelo priljubljena. Zadnje čase ji delajo družbo sudoku, kakuro ali futošiki.

Večina avtomobilov, ki smo se z njimi pred 40 leti pripeljali v Mursko Soboto, so bili fički. Še bolj kot avtomobilski vozni park so v štirih desetletjih napredovale in se spreminjale tehnične razmere v tisku. Lahko bi rekli,

Slika 1. Z leve proti desni: Aleš Mohorič, Tomaž Skulj, Marija Vencelj, Edvard Kramar in Peter Petek.

da je Presek v tem obdobju prešel vse faze od pisalnega stroja in ciklostila do današnjega modernega računalniškega oblikovanja, čemur se je bilo treba sproti prilagajati. Pred sedmimi leti je spremenil tudi zunanjo podobo. Namesto knjižice formata A5 je danes pred nami skoraj dvakrat tolikšna revija modernega videza.

* * *

Doslej je izšlo že okrog 220 številk Preseka. Kako ogromno dela se skriva za tem številom, vedo le tisti, ki so pri njem sodelovali. Vsi po vrsti neprofesionalno, v svojem prostem času in razpršeni po različnih lokacijah. Pred mobilno telefonijo in elektronsko pošto je zato medsebojno komuniciranje zahtevalo dodatno delo in čas.

Glavnina skrbi za vsebino je bila na ramenih odgovornih urednikov, ki so bili v večini primerov tudi poduredniki za svoje strokovno področje. To so bili Tomaž Skulj (praPresek in letnik 1), Tomaž Pisanski (letnik 2), Peter Petek (letnika 3 in 4), Zvonko Trontelj (letniki 5 do 7), Andrej Likar (letniki 8 do 10), Edvard Kramar (letniki 11 do 14), Boris Lavrič (letniki 15 do 18), Marija Vencelj (letniki 19 do 30), Maja Klavžar (letniki 31 do 37) in Aleš Mohorič (letnik 38 in sedanji odgovorni urednik).

Na spletni strani www.presek.si lahko najdete kolofone in kazala vsebin vseh dosedanjih Presekov ter tudi ponatise večine člankov do vključno 31. letnika. Iz njih lahko razberete, kako velikemu številu ljudi gre zasluga za kakovost Preseka in za to, da je ves čas nemoteno izhajal. Ob odgovornih urednikih so tu podurredniki za posamezna področja, ki poleg zbiranja in tudi pisanja člankov skrbijo za strokovno neoporečnost besedil in razumljiv strokovni jezik. Neprecenljiva je vloga avtorjev, posebno tistih najzvestejših, ki redno pišejo ali so pisali za Presek. Ne gre prezreti skrbnega lektoriranja in kvalitetnega tehničnega dela. Vsi, ki so sodelovali tako ali drugače, zaslužijo pohvalo in zahvalo.

* * *

Na začetku Presekovega izhajanja je naklada naglo rasla, dosegla celo število 25 000, in se po desetih letih ustalila pri 20 000 izvodih. Za tako lepo naklado so bili zaslužni poverjeniki na šolah, zasluga gre veliki vzpodbudi s strani šolskih oblasti, gotovo ji je botrovalo tudi tedanje pomanjkanje poljudnostrokovne literature za mlade.

Sčasoma so se razmere spremenile. Vzniknile so nove mladinske revije, zmanjšala se je družbena vzpodbuda in z njo žal tudi vnema poverjenikov na šolah. V naslednjih desetih letih se je naklada prepolovila, a je bila za dvomilijonski narod, glede na specifično vsebino Preseka in starostno omejeno ciljno populacijo, še vedno zadovoljiva.

Dandanes so okoliščine veliko slabše. Tako kot večini tiskanih medijev tudi Preseku število naročnikov vztrajno pada. Kako nizko je trenutno, lahko preverite v kolofonu njegove zadnje številke. Poleg nižjega življenskega standarda večine slovenskih družin je gotovo vzrok za to tudi velika dostopnost do informacij na spletu. Uredniški odbor Preseka je sicer razmišljal o možnosti razširitve revije na splet, a iz tehtnih razlogov to misel opustil. Revija namreč ni tržno usmerjena, za izdajanje ima le minimalna sredstva, za aktivno trženje pa sploh ne.

Zato naj zaključim z mislijo, ki jo je poverjenikom za Presek ob začetku tega šolskega leta namenil aktualni odgovorni urednik:

Vaša naloga je še kako pomembna, pravzaprav ključna, saj ste vi tisti, ki pomagate pri promociji Preseka. Letos vas zato še posebej prosimo, da s Presekom seznanite čimveč svojih učencev, ki bi jih revija lahko zanimala, jim vzbujala pozitiven odnos do naravoslovja in usmerjala njihovo kreativnost in energijo.

Marija Vencelj

LETNO KAZALO

Obzornik za matematiko in fiziko 58 (2011)
številke 1–6, strani 1–248

Članki — Articles

Šola — School

Intervju — Interview

Vprašanja in odgovori — Questions and Answers

Nove knjige — New books

Vesti — News

http://www.obzornik.si/

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
LJUBLJANA, NOVEMBER 2011
Letnik 58, številka 6
ISSN 0473-7466, UDK 51 + 52 + 53

VSEBINA

CONTENTS

Na naslovnici: Priznanje Prometej znanosti, ki ga je prejela revija Presek. Glej prispevek na strani 244.